МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»
Кафедра математики

Составители
В. М. Волков
Е. А. Волкова

МАТЕМАТИКА: ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методические материалы

Рекомендовано учебно-методической комиссией направления подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
в качестве электронного учебного издания
для использования в образовательном процессе
для всех форм обучения

Кемерово 2018

Рецензенты

Гоголин В. А. – доктор технических наук, профессор кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Грибанов Е. Н. – кандидат технических наук, доцент кафедры математики ФГБОУ ВО «Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева»

Волков Владимир Матвеевич
Волкова Екатерина Анатольевна
Математика: дифференциальные уравнения: методические материалы [Электронный ресурс] для обучающихся направлений бакалавриата и всех специальностей всех форм обучения / сост. В. М. Волков, Е. А. Волкова; КузГТУ. – Электрон. издан. – Кемерово, 2018.

Приведен материал, необходимый для успешного изучения дисциплин «Математика», «Высшая математика», «Математика (общий курс)».

Назначение издания – помочь студентам в получении знаний по разделу «Математика: дифференциальные уравнения» и в организации самостоятельной работы.

Методические материалы предназначены для организации практических занятий и самостоятельной работы студентов всех форм обучения, направлений и специальностей по разделу «Математика: дифференциальные уравнения».

Практические занятия разбиты по темам согласно рабочей программе, приведены задания для решения на практических занятиях и задания для самостоятельной работы студентов.

Практические занятия и самостоятельная работа студентов очной формы обучения

Раздел 1. *Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения, задача коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения, уравнение Бернулли.*

Практическое занятие:

1. Является ли функция $y = x^2\left(1 + Ce^{\frac{1}{x}}\right)$ решением уравнения $x^2 \cdot y' + (1-2x)y = x^2$?

2. Найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными:

$y' = x/y$	$(x+1)y' + xy = 0$
$xyy' = 2 - \sqrt{x}$	$4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$
$\sqrt{4+y^2}dx - ydy = x^2ydy$	$\left(e^{2x}+5\right)dy + ye^{2x}dx = 0$
$y\ln y + xy' = 0$	$xyy' = 2 - \sqrt{x}$
$x\sqrt{1+y^2}dx + y\sqrt{3+x^2}dy = 0$	$\left(\sqrt{xy} - \sqrt{x}\right)dx + \left(\sqrt{xy} + \sqrt{y}\right)dy = 0$

3. Найти решение задачи Коши:

$\sqrt{y}\left(1+e^x\right)y' = e^x,\ y(0) = 4$	$y\ln^3 y + y'\sqrt{x+1} = 0,\ y\left(-\frac{15}{16}\right) = e$
$\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0,\ y(1) = 1$	$x\left(y^6+1\right)dx + y^2\left(x^4+1\right)dy = 0,\ y(0) = 1$
$\frac{y}{y'} = \ln y,\ y(2) = 1$	$\sqrt{y}\left(1+e^x\right)y' = e^x,\ y(0) = 4$

4. Найти общее решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка:

$y' - \frac{y}{x} = e^{\frac{y}{x}}$	$x^2 y' = xy + y^2$
$xy' = y + xe^{-\frac{y}{x}}$	$xy + y^2 = \left(2x^2 + xy\right) \cdot y'$
$y^2 + x^2 \cdot y' = xyy'$	$xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$
$y - x \cdot y' = x + yy'$	$\left(x^2 + y^2\right)dy = 2xydx$
$y' = tg\frac{y}{x} + \frac{y}{x}$	$ydy + (x - 2y)dx = 0$
$(x + 2y)ydx = x^2 dy$	$xdy - ydx = ydy$
$xy' - y = xe^{\frac{y}{x}}$	$2x^3 y' = y\left(2x^2 - y^2\right)$
$x(xdy - ydx) = \left(2y^2 + 3x^2\right)dy$	$xy + y^2 = \left(2x^2 + xy\right)y'$
$xy' - y = xctg\left(\frac{y}{x}\right)$	$xy + y^2 = \left(2x^2 + xy\right)y'$
$\left(2\sqrt{xy} - y\right)dx + xdy = 0$	$xy' - y = xtg\left(\frac{y}{x}\right)$

5. Найти решение задачи Коши:

$xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2};\ y(1) = 0.$	$ydx + \left(\sqrt{xy} - x\right)dy = 0;\ y(1) = 1.$
$xy' = y\ln\frac{y}{x};\ y(1) = 1.$	$\left(3 + \frac{y^2}{x^2}\right)dx = \frac{2y}{x}dy; y(1) = 1$
$xy' = x\sin\frac{y}{x} + y;\ y(2) = \pi.$	$(2x - 3y)dx + xdy = 0; y(1) = -1$

6. Найти общее решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$y' + \dfrac{y}{x} - x = 0$	$y' + 4y = e^{2x}$
$y' - \dfrac{1-2x}{x^2}\,y = 1$	$y' + 2xy - x^3 = 0$
$y' - y = xe^x$	$\left(1+x^2\right)y' - 2xy = \left(1+x^2\right)^2$
$\left(1-x^2\right)y' - xy = 1$	$y' + 3y + x = 0$
$y' - x = y$	$y' \cdot \ln x + \dfrac{y}{x} = x$

7. Найти решение задачи Коши:

$x^3y' + x^2y + x + 1 = 0,\ y(1) = -2$	$y' - \dfrac{y}{x+2} = x^2 + 2x,\ y(1) = \dfrac{3}{2}$
$xy' + y = \sin x,\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{2}{\pi}$	$xy' - 2y + x^2 = 0,\ y(1) = 0$
$\left(1-x^2\right)y' + xy = 1,\ y(0) = 1$	$x^2y' = 2xy + 3,\ y(1) = -1$

8. Кривая обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый касательной на оси Oy, равен абсциссе точки касания. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(2,1)$.

9. Найти линии, у которых отрезок, отсекаемый на оси Oy касательной в произвольной точке, пропорционален квадрату ординаты точки касания. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(1,1)$.

10. Найти линии, обладающие тем свойством, что отрезок касательной в любой её точке, заключённый между осью Ox и прямой $y = x$ делится точкой касания пополам. Написать уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(1,1)$.

11. Найти линию, у которой любая касательная пересекается с осью Oy в точке, одинаково удалённой от точки касания и от начала координат. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(1,3)$.

Самостоятельная работа:

1. Является ли функция $y = Cx + \frac{1}{C}$ решением уравнения $x \cdot y' - y + \frac{1}{y} = 0$?

2. Найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными:

$y' = \cos 3x \cdot e^{-2y}$	$y' = \cos^2 y \cdot \sin 3x$
$y' = \dfrac{\cos 3x}{\sin 4y}$	$x^3 y^2 dy - y dx = x^3 dy$
$2xy' + 4 = y^2 - y'$	$4y' = e^{2y} - 3xy'$
$y' = \sqrt[3]{x^2 \cdot y^5}$	$\left(2\sqrt{xy} - y\right)dx + xdy = 0$

3. Найти решение задачи Коши:

$x \cdot y' = 6y + 1,\ y(1) = 1$	$y' = \dfrac{\sqrt{x}}{y^2 + 5},\ y(0) = 1$
$(2x+1)y' = \dfrac{x}{\sin 3y},\ y(0) = 1$	$\left(1 + e^{2x}\right)y^2 \cdot y' = e^x,\ y(0) = 1$
$(xy + y)dx + (xy + x)dy = 0,\ y(1) = 1$	$y' = \dfrac{\sqrt[3]{y^2}}{2x + 5},\ y(0) = 1$
$\left(xy^2 + x\right)dy + \left(x^2 y - y\right)dx = 0, \quad y(1) = 1$	

4. Найти общее решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка:

$xdy = (x + y)dx$	$ydx + \left(2\sqrt{xy} - x\right)dy = 0$
$(y - x)dx = (x + y)dy$	$xdy - 2ydx = ydy$
$(x - y)y - x^2 y' = 0$	$\left(y^2 - 3x^2\right)dx + 2xydy = 0$
$2xy' - yy' = y$	$xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot dx$
$x^2 dy - y^2 dx = x(4x + y)dx$	$\left(x^2 + y^2\right)dx - xydy = 0$
$xy' - y = xtg\left(\dfrac{y}{x}\right)$	$y' = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}$

$y' = {(x-y)}/{(x+y)}$	$y^2dx + x^2dy = xydy$
$xy' - y = \sqrt{x^2 - y^2}$	$(x+2y)dx - xdy = 0$
$\left(\sqrt{xy} - 2\sqrt{x}\right)y' - y = 0$	$xy' = y + xe^{\frac{y}{x}}$

5. Найти решение задачи Коши:

$\left(y^2 - 2x^2\right)dy + 2xydx = 0; y(1) = 1$	$xy' - y = \dfrac{x}{\sin\left(\dfrac{y}{x}\right)},\ y(1) = \dfrac{\pi}{3}$
$xdx = \left(\sqrt{x^2+y^2} - y\right)dy; y(1) = 0$	$xy' = y\left(1 + \ln\dfrac{y}{x}\right); y(1) = e$
$\left(\sqrt{xy} - x\right)dy + ydx = 0; y(1) = 1.$	$xy' = y(3 + \ln y - \ln x); y(1) = e^{-1}$

6. Найти общее решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$y' \cdot \cos x - y \cdot \sin x = x$	$y' \cdot arctgx + \dfrac{y}{1+x^2} = 2x$
$y' + 2y = e^{-x}$	$y' - 2xy = xe^{x^2}$
$x^2y' = 2xy + 3$	$xy' = 3y - x^4y^2$
$x^3y' + 3x^2y - 2 = 0$	$xy' - 3y = x^2$
$x^2y' = xy + \sqrt{x^5}$	$y' + 2xy = xe^{-x^2}$
$y' + ytgx = \dfrac{1}{\cos x}$	$y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \cdot \sqrt{y}$

7. Найти решение задачи Коши:

$y' = 2y + e^x - x;\ y(0) = {1}/{4}.$	$y' + 3y = xe^{-3x};\ y(0) = 0$
$xy' - y = -\dfrac{x^4}{y};\ y(1) = 1$	$x\dfrac{dy}{dx} - y = x^2 \sin x;\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \pi$
$y' + 2xy = e^{-x^2} \arcsin x;\ y(0) = 0$	$y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2;\ y(0) = 1$

$y'\sin x - y\cos x = y^3;\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$	$dy = (ytgx - 1)dx;\ y(0) = 3$
$2xy' + 3y = \left(5x^2 + 3\right)y^2;\ y(1) = 1$	$\left(x^2 + 1\right)y' + 4xy = 3;\ y(0) = 0$

8. Найти уравнение кривой, для которой отрезок касательной между точкой касания и осью Ox делится пополам в точке пересечения с осью Oy. Кривая проходит через точку $M_0(1,1)$.

9. Найти семейство кривых каждая из которых обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой точке M кривой вдвое больше углового коэффициента радиуса-вектора точки M. Записать уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(2,3)$.

10. Кривая обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый касательной на оси Oy, равен длине радиуса-вектора точки касания. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(1,1)$.

11. Кривая обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый касательной на оси Ox, проведённой в любой точке кривой, равен квадрату абсциссы точки касания. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $M_0(1,2)$.

Раздел 2. *Дифференциальные уравнения второго порядка. Общее и частное решения, задача коши. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.*

Практическое занятие:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения, используя метод понижения порядка уравнения:

$y'' = \frac{1}{1 + x^2}$	$y'' = \frac{y'}{x} + x$
$y'' + y'tgx = \sin 2x$	$xy'' - 2y' + x = 0$
$y'' = -\frac{x}{y'}$	$x^2 y'' + xy' = 1$

$y''(e^x+1)+y'=0$	$xy''=y'+x$
$yy''+y'^2=x$, замена: $z=yy'$	$x\cdot y''+x\cdot y'-y'=0$
$yy''+y'^3=y'^2$	$y''=2yy'$
$yy''=y^2y'+y'^2$	$yy''+y'^2=1$
$y''\cdot y^3=1$	$yy''=y'^2-y'^3$

2. Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

$y''=xe^x,\quad y(0)=1,\ y'(0)=0$	$xy''=y'\cdot\ln\dfrac{y'}{x},\quad y(1)=e,\ y'(1)=e^2$
$y''=\dfrac{tgx}{\cos^2 x},\quad y(0)=-\dfrac{1}{2},\ y'(0)=0$	$y''=\dfrac{x}{e^{2x}},\quad y(0)=\dfrac{1}{4},\ y'(0)=-\dfrac{1}{4}$
$\dfrac{y''}{y'}=\dfrac{2yy'}{1+y^2},\quad y(0)=0,\ y'(0)=1$	$y^3\cdot y'\cdot y''+1=0,\ y(1)=1,\ y'(1)=\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$
$y''=e^{2y},\quad y(0)=0,\ y'(0)=1$	$2y'^2=(y-1)y'',\quad y(0)=0,\ y'(0)=1$

3. Найти общие решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$y''-5y'+6y=0$	$y''+10y'+25y=0$
$y''+16y=0$	$y''+6y'+10y=0$

4. Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

$\begin{cases}9y''+3y'-2y=0,\\ y(0)=0,\quad y'(0)=-7.\end{cases}$	$\begin{cases}9y''-6y'+y=0,\\ y(0)=-3,\quad y'(0)=1.\end{cases}$
$\begin{cases}6y''+7y'-3y=0,\\ y(0)=1,\quad y'(0)=-3.\end{cases}$	$\begin{cases}y''-5y'+4y=0,\\ y(0)=2,\quad y'(0)=-6.\end{cases}$

5. Найти общие решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$y'' - 2y' = 6x^2 - 3$	$y'' + 4y = x^2 - x + 1$
$y'' - y = 8e^{3x}$	$y'' + 6y' + 10y = 2e^{-3x}$
$y'' - y = e^{-x}$	$y'' - y = 4\sin x$
$y'' + y' - 12y = 54\cos 3x$	$y'' - 5y' + 6y = 13\sin 3x$

6. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям

$y'' + 2y' = x^2 + 3x + 4,$ $y(0) = -1, y'(0) = 4$	$2y'' + 5y' = 30x^2 - 4,$ $y(0) = 4, \quad y'(0) = \frac{5}{2}$
$y'' + 2y' + 5y = x^2 - 3x,$ $y(0) = 4, \quad y'(0) = -2$	$y'' - 3y' = -3e^{3x},$ $y(0) = -1, \quad y'(0) = 6$
$y'' - y' = e^{2x},$ $y(0) = -3, \quad y'(0) = 1$	$y'' + 4y' + 4y = 15e^{3x},$ $y(0) = 1, \quad y'(0) = 3$
$y'' - y' - 6y = -2e^{3x},$ $y(0) = -3, y'(0) = 1$	$y'' + y' - 2y = (x-2)e^{x},$ $y(0) = 3, y'(0) = 0$
$y'' + y = 6\cos 2x - \sin 2x,$ $y(\pi) = 1, \ y'(\pi) = 1$	$y'' - 4y' + 13y = \sin 3x,$ $y(0) = \frac{5}{7}, \ y'(0) = \frac{1}{7}$

Самостоятельная работа:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения, используя метод понижения порядка уравнения:

$y'' = x - y'$	$x \cdot y'' = 1 - y'$
$xy'' - y' = e^{x}x^2$	$(1 - x^2)y'' + xy' - 2 = 0$
$xy'' = y' + x \cdot \sin\frac{y}{x}$	$2xy' \cdot y'' = y'^2 - 1$
$(1 - x^2)y'' - xy' = 2$	$y'' - 2ctgx \cdot y' = \sin^3 x$

$x(y''+2)-y'=0$	$x^2\cdot y''=2-xy'$
$x\cdot y''=y'\cdot\ln\frac{y'}{x}$	$x^3\cdot y''+x^2\cdot y'-1=0$
$y''=\frac{y'}{x}+\frac{x^2}{y'}$	$(1+x^2)y''+2xy'=x^3$
$2yy''=1+(y')^2$	$(2y+y')y''=(y')^2$
$y''=yy'+y'$	$y''^2=y'$
$2y\cdot y''-3y'^2=4y^2$	$x(yy''+y'^2)=2yy'$,замена: $z=yy'$

2. Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

$y''=\frac{1}{\cos^2 x},\quad y(0)=1,\ y'(0)=\frac{3}{5}$	$y''=arctgx,\quad y(0)=0,\ y'(0)=0$
$y''=\frac{y'}{x}+\frac{x^2}{y'},\quad y(2)=0,\ y'(2)=4$	$y''=\frac{\ln x}{x^2},\quad y(1)=3,\ y'(1)=1$
$y''=y'\cdot e^y,\quad y(0)=0,\ y'(0)=1$	$y''+2y\cdot y'^3=0,\quad y(0)=2,\ y'(0)=\frac{1}{3}$
$y^3y''+1=0,\quad y(1)=1,\ y'(1)=0$	$2y''=3y^2,\quad y(2)=1,\ y'(2)=-1$

3. Найти общие решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$y''-2y'-2y=0$	$y''-6y'+9y=0$
$y''+6y'+13y=0$	$3y''-2y'-8y=0$
$4y''+4y'+y=0$	

4. Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

$\begin{cases} y''-9y=0, \\ y(0)=7,\quad y'(0)=-1. \end{cases}$	$\begin{cases} y''+9y=0, \\ y(0)=5,\quad y'(0)=-3. \end{cases}$
$\begin{cases} y''+6y'+10y=0 \\ y(0)=4, y'(0)=-1 \end{cases}$	$\begin{cases} y''-2y'=6x^2-3, \\ y(0)=3, y'(0)=-4 \end{cases}$

5. Найти общие решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

$y'' - 6y' + 13y = x^2 - x$	$4y'' - y' = x^3 - 24x$
$y'' + y' - 2y = 6x^2$	$y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2$
$y'' - 8y' + 7y = 6xe^x$	$y'' + 3y' - 10y = x \cdot e^{-2x}$
$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$	$y'' - 2y' + 2y = e^x \cos 2x$
$y'' + 2y' + y = e^x \sin x$	$y'' - y = 4 \sin x$
$y'' - 2y' + 2y = e^x \cos 2x$	$y'' + y' - 12y = 54 \cos 3x$

6. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям

$y'' + y' = x^2 - 5,$ $y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$	$y'' + 4y' + 29y = x^2 - x,$ $y(0) = 5, y'(0) = 0$
$4y'' + 4y' + y = x^2 + x - 1,$ $y(0) = 5, \quad y'(0) = 0{,}5$	$y'' - 4y = 4x^2 + x - 8,$ $y(0) = 3, \quad y'(0) = 1$
$y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x},$ $y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$	$y'' - 2y' + y = xe^x,$ $y(0) = 5, y'(0) = 3$
$y'' + 2y' + 2y = 2e^{2x},$ $y(\pi) = -3, \quad y'(\pi) = 4$	$y'' - 2y' - 3y = 8e^{3x},$ $y(0) = 1, \quad y'(0) = -2$
$y'' + 3y' + 2y = 3e^{-x},$ $y(0) = 1, y'(0) = 4$	$y'' + y' - 2y = 2e^x,$ $y(0) = 4, \quad y'(0) = 1$
$y'' - 5y' + 6y = -3e^{-x},$ $y(0) = 4, \quad y'(0) = 0$	$y'' - y = 6e^x,$ $y(0) = 1, \quad y'(0) = -3$
$y'' + 5y' + 6y = 10e^{2x},$ $y(0) = 5, \quad y'(0) = -2$	$y'' + 9y = \cos 3x,$ $y(0) = 2, \quad y'(0) = 3$

Раздел 3. *Дифференциальные уравнения высших порядков.*

Практическое занятие:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения методом понижения порядка

$y''' = x^2 - \sin x$	$y^{IV} = \frac{y'''}{x}$
$y'''ctgx + y'' = 2$	$y''' + y'' \cdot tgx = \frac{1}{\cos x}$

2. Найти решение задачи Коши

$xy''' - y'' = x^2 + 1,$ $y(-1) = 0,\ y'(-1) = 1,$ $y''(-1) = 0$	$y''' = \frac{6}{x^3}, \quad y(1) = 0,$ $y'(1) = 5, \quad y''(1) = 1$
$y''' = e^{2x}, \quad y(0) = \frac{9}{8},$ $y'(0) = \frac{1}{4}, \quad y''(0) = -\frac{1}{2}$	$y''' = \cos^2 x, \quad y(0) = 1,$ $y'(0) = -\frac{1}{8}, \quad y''(0) = 0$
$y''' = e^{\frac{x}{2}} + 1, \quad y(0) = 8,$ $y'(0) = 5, \quad y''(0) = 2$	$y''' - \frac{(y'')^2}{y'} = 6(y')^2 \cdot y,$ $y(2) = 0, y'(2) = 1, y''(2) = 0$

3. Найти общие решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами:

$y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$	$y''' - y'' = 6x^2 + 3x$
$y''' - y' = x^2 + x$	$y^{V} - 3y''' + 3y'' - y' = 2x$
$y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}$	$y''' - 4y'' + 4y' = (x - 1)e^{x}$
$y''' - y' = \cos x$	$y''' - 49y' = -49(\cos 7x + \sin 7x)$

Самостоятельная работа:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения методом понижения порядка

$x^2 \cdot y''' = y''^2$	$y''' \cdot x \cdot \ln x = y''$
$x \cdot y''' = y''$	$ctg 2x \cdot y''' + 2y'' = 0$
$tgx \cdot y''' = 2y''$	$x^5 \cdot y''' + x^4 y'' = 1$
$x^3 \cdot y''' + x^2 \cdot y'' = \sqrt{x}$	$-x \cdot y''' + 2y'' = \dfrac{2}{x^2}$

2. Найти решение задачи Коши

$y''' = \sin x, \quad y(0) = 1,$ $y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$	$y''' = \dfrac{1}{x}, \quad y(1) = \dfrac{1}{4},$ $y'(1) = 0, \quad y''(1) = 0$
$y''' = x \cdot \sin x, \quad y(0) = 0,$ $y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$	$y''' \sin^4 x = \sin 2x, \quad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2},$ $y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y''\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -1$
$y''' = \sqrt{x} - \sin 2x, \quad y(0) = -\dfrac{1}{8},$ $y'(0) = \dfrac{\cos 2}{8}, \quad y''(0) = \dfrac{1}{2}$	$y''' = \cos 4x, \quad y(0) = 2,$ $y'(0) = \dfrac{15}{16}, \quad y''(0) = 0$

3. Найти общие решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами:

$y''' - 5y'' + 6y' = 6x^2 + 2x - 5$	$y''' - 13y'' + 12y' = 18x^2 - 39$
$y''' - 5y'' + 6y' = (x-1)^2$	$y^{V} - y''' = 5(x+2)^2$
$y''' - 3y'' + 2y' = (1-2x)e^x$	$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16-12x)e^{-x}$
$y''' - y' = 10\sin x + 6\cos x$	$y''' - 64y' = 128\cos 8x$

Самостоятельная работа студентов

Студенты обязаны в объеме часов, отпущенных на самостоятельную работу, при изучении данной дисциплины выполнять следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и изучение теоретического материала по учебникам, пособиям и конспектам лекций;
- решение заданий по темам практических занятий;
- подготовка к промежуточному контролю.

К экзамену/зачету необходимо выполнить все виды работ.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения раздела «Математика: дифференциальные уравнения»:

Основная литература

1. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2008. – 288 с. https://e.lanbook.com/book/126

2. Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – 688 с. http://e.lanbook.com/book/281

3. Петрушко, И. М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. М. Петрушко. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2008. – 608 с. https://e.lanbook.com/book/306

4. Шипачев, В. С. Высшая математика [Текст]: учебник для студентов вузов / В. С. Шипачев. – Москва: Высшая школа, 2010. – 479 с.

Дополнительная литература

5. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст]: в 2 ч. Ч. 1: учебное пособие для вузов / П. Е. Данко [и др.]. – Москва: ОНИКС, 2007. – 304 с.

6. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] : в 2 ч. Ч. 1: учебное пособие / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – Москва: ОНИКС 21 век, 2005. – 304 с.

7. Индивидуальные задания по высшей математике [Текст]: в 4 ч. Ч. 2: учебное пособие для вузов / А. П. Рябушко [и др.]. – Минск: Высшая школа, 2007. – 396 с.

8. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов [Электронный ресурс]: справочник / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 608 с. https://e.lanbook.com/book/678

9. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. А. Кузнецов. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2015. – 240 с. https://e.lanbook.com/book/4549