

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра теоретической и геотехнической механики

Составители
А. С. Богатырева
М. А. Баев

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР СОСТАВНОЙ КОНСТРУКЦИИ (СИСТЕМА ДВУХ ТЕЛ)

**Методические указания к индивидуальным заданиям
по дисциплине «Теоретическая механика»**

Рекомендовано учебно-методической комиссией специальности
21.05.05 Физические процессы горного или нефтегазового
производства в качестве электронного издания
для использования в образовательном процессе

Кемерово 2021

Рецензенты:

Сирота Д. Ю., доцент кафедры теоретической и геотехнической механики

Хямяляйнен В. А., председатель учебно-методической комиссией специальности 21.05.05 Физические процессы горного или нефтегазового производства

Богатырева Альбина Сергеевна

Баев Михаил Алексеевич

Определение реакций опор составной конструкции (система двух тел) : методические указания к индивидуальным заданиям по дисциплине «**Теоретическая механика**» для обучающихся технических специальностей и направлений / сост. А. С. Богатырева, М. А. Баев ; Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева. – Кемерово, 2021. – Текст : электронный.

В предлагаемых указаниях представлены теоретические положения раздела «Статика твердого тела» курса «Теоретической механики», задания для самостоятельной работы студентов, пример выполнения и оформления этих заданий.

Назначение издания – помощь обучающимся в получении знаний по дисциплине «Теоретическая механика», организация и контроль самостоятельной работы.

© Кузбасский государственный
технический университет имени
Т. Ф. Горбачева, 2021

© Богатырева А. С., Баев М. А.,
составление, 2021

ЗАДАНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР СОСТАВНОЙ КОНСТРУКЦИИ (СИСТЕМА ДВУХ ТЕЛ)

Найти реакции опор и давление в промежуточном шарнире составной конструкции. Схемы конструкций представлены на рис. 1–5. Размеры – в метрах. Необходимые для расчета данные приведены в табл. 1.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ

На составную конструкцию, состоящую из двух тел, действует произвольная плоская система сил.

Для равновесия системы двух тел и соответственно каждого тела, входящего в систему, в отдельности, находящихся под действием произвольной плоской системы сил, необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций всех сил на произвольно выбранные оси декартовых координат X и Y и сумма моментов этих сил относительно произвольно выбранной точки O , лежащей в плоскости действия этих сил, равнялись нулю

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa x} = 0, \quad \sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa y} = 0, \quad \sum_{\kappa=1}^n m_O(\vec{F}_\kappa) = 0. \quad (1)$$

По механическому смыслу первые два из этих условий выражают необходимые условия того, чтобы тело не имело перемещений вдоль осей координат, а третье является условием отсутствия вращения в плоскости Y

При пользовании этими условиями равновесия никаких ограничений на выбор координатных осей и центра моментов не налагается.

Для получения более простых уравнений следует, составляя уравнения проекций, проводить координатную ось перпендикулярно какой-нибудь неизвестной силе, а составляя уравнение моментов, брать центр моментов в точке, где пересекается больше неизвестных сил.

При решении задачи можно ограничиться составлением одного уравнения проекций, например на ось X , но при этом составить два уравнения моментов относительно двух произвольных точек

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa x} = 0, \quad \sum_{\kappa=1}^n m_A(\vec{F}_\kappa) = 0, \quad \sum_{\kappa=1}^n m_B(\vec{F}_\kappa) = 0. \quad (2)$$

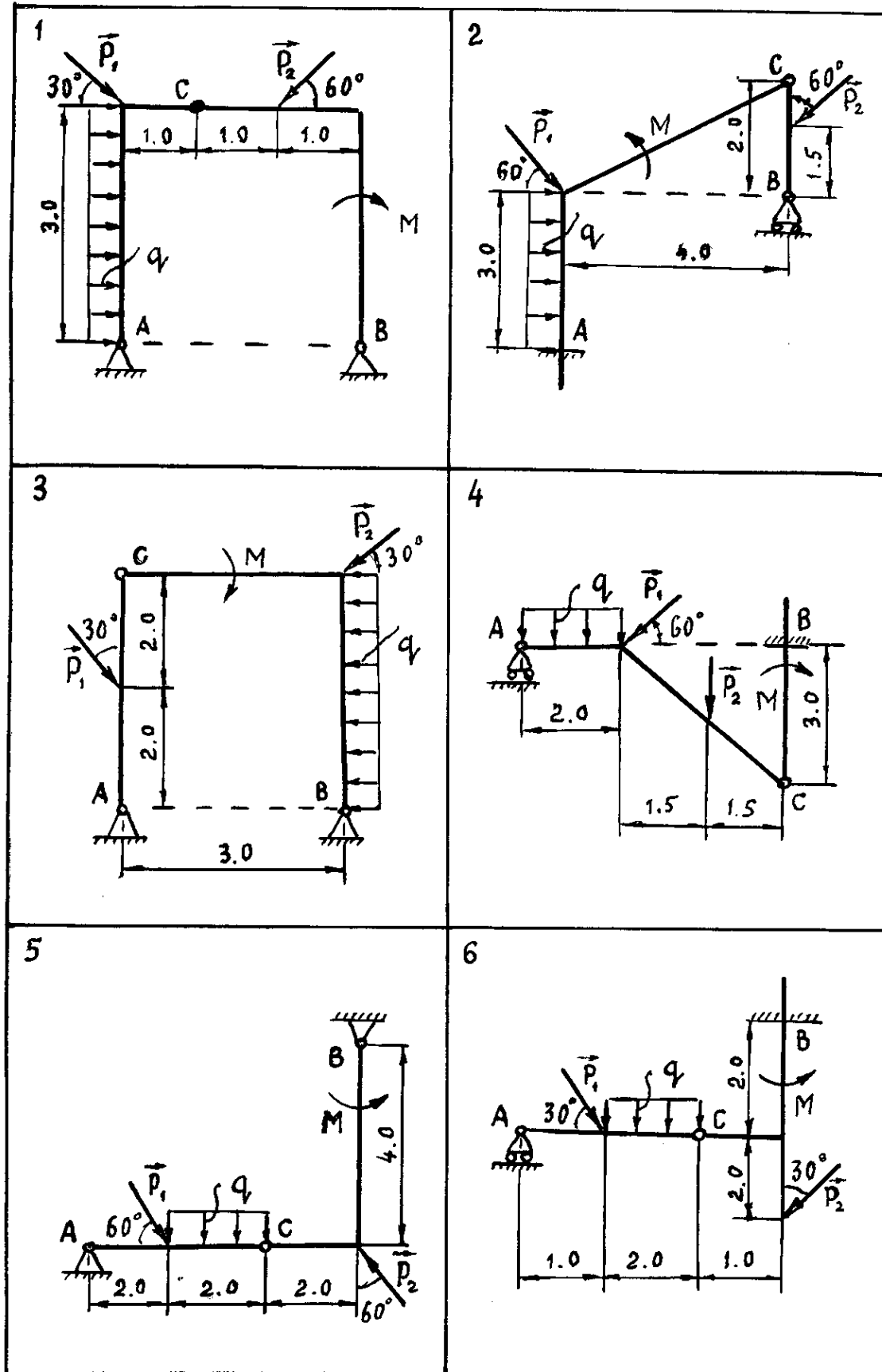


Рис.1

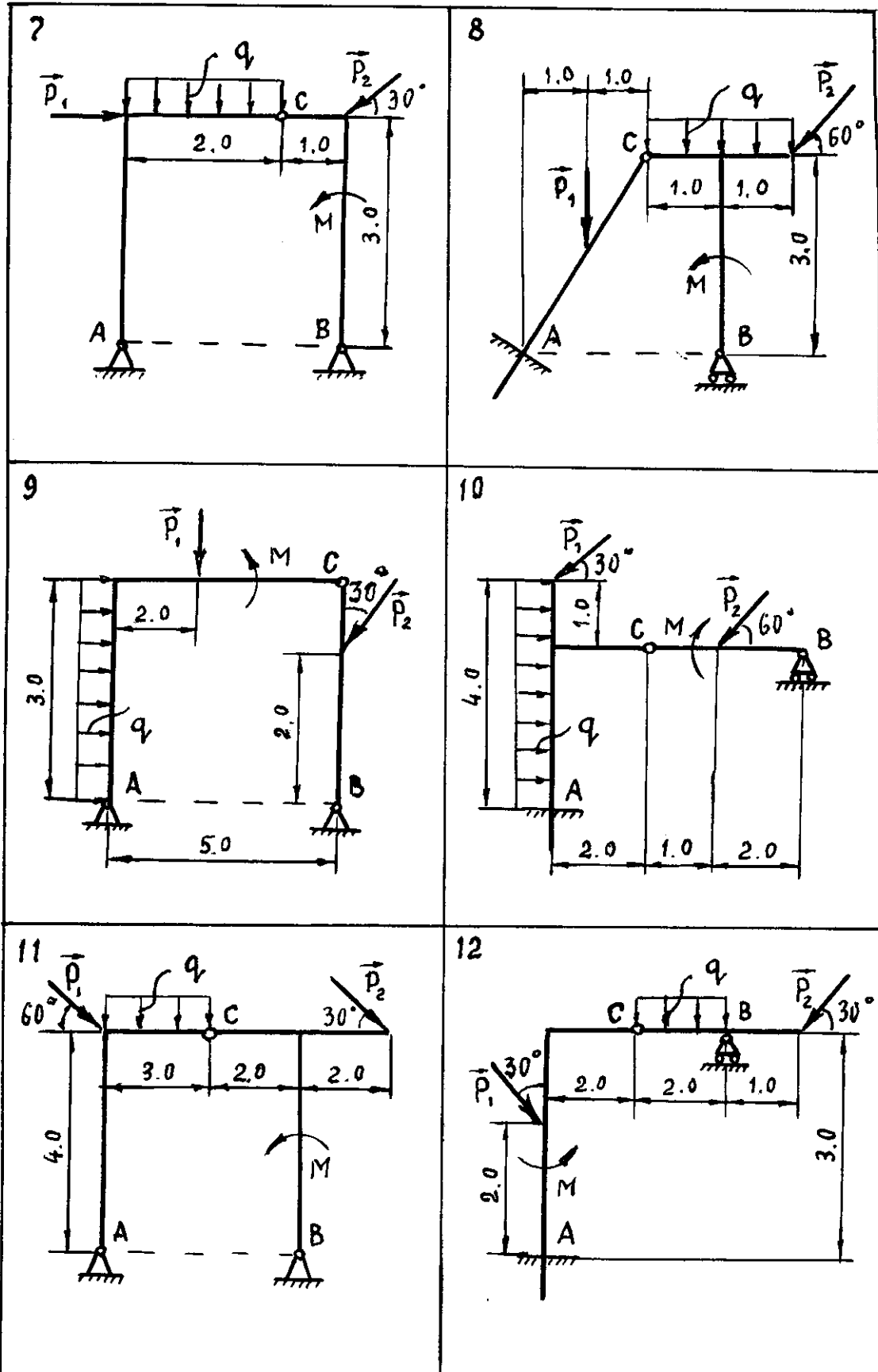


Рис.2

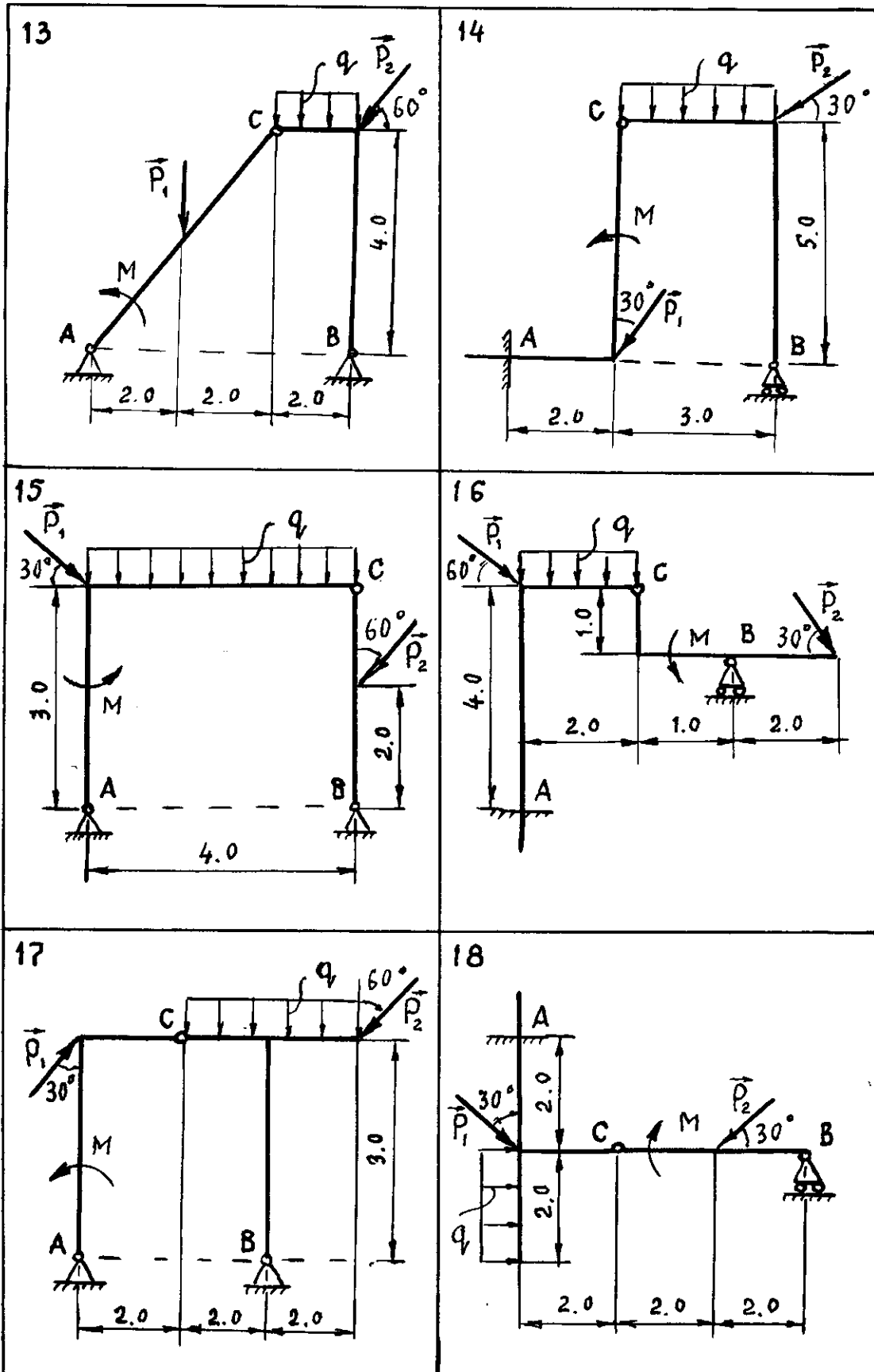


Рис.3

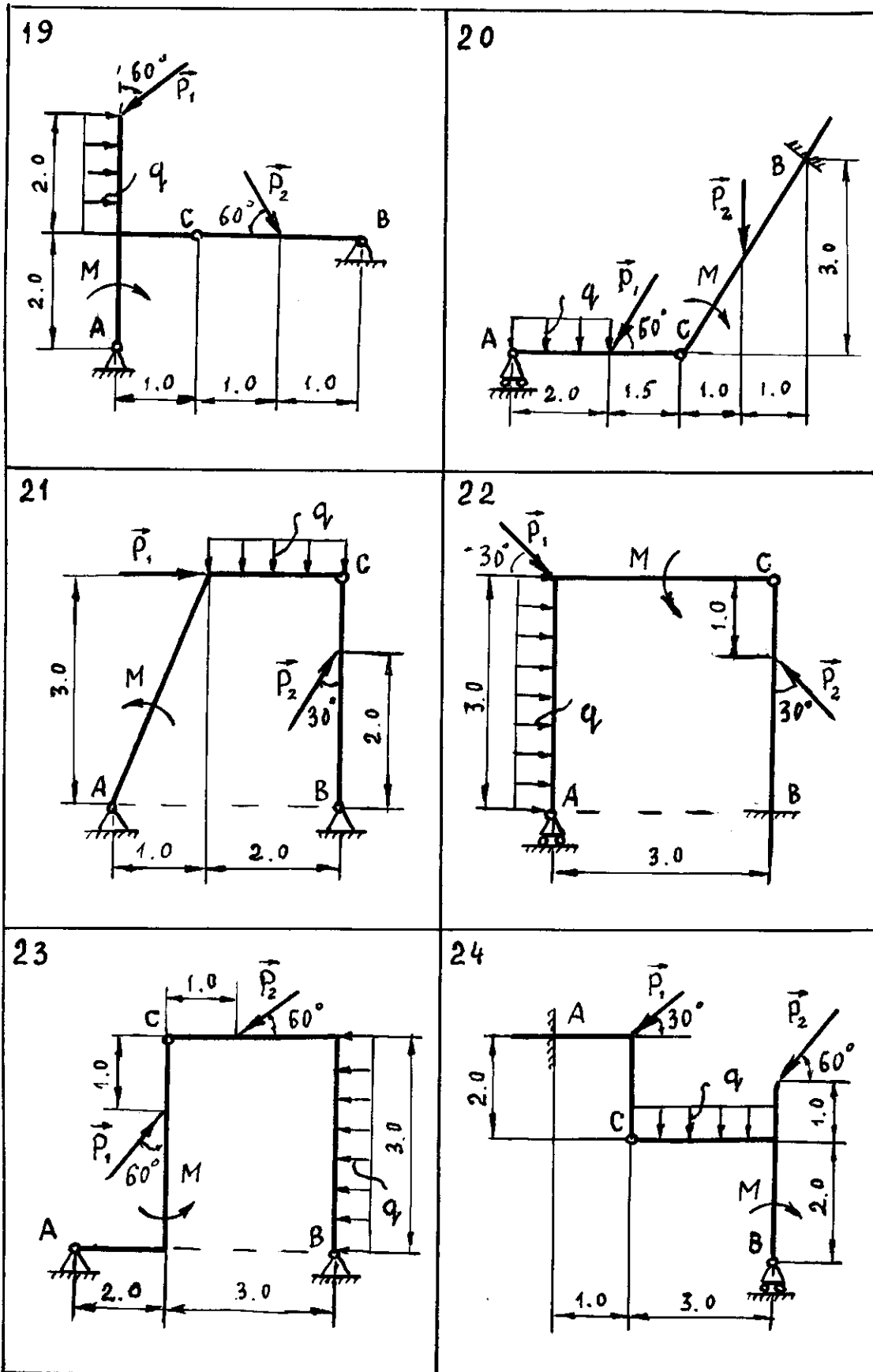


Рис.4

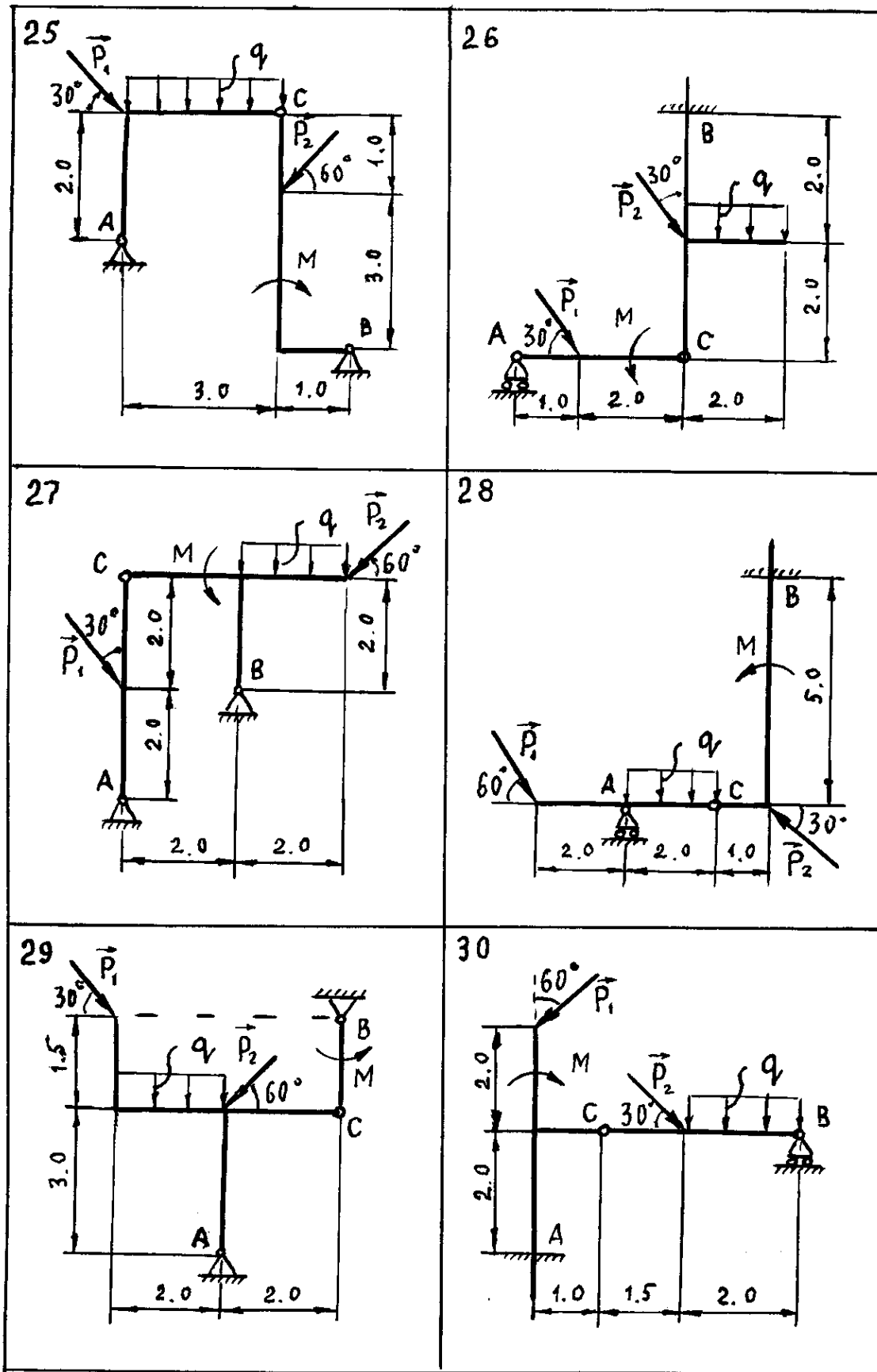


Рис.5

Таблица 1

Номер варианта (рис. 1–5)	P_1	P_2	M , кН·м	q , кН/м
	кН			
1	8,0	6,0	12,0	1,2
2	4,0	10,0	24,0	0,8
3	10,0	5,0	16,0	1,4
4	6,0	8,0	10,0	1,8
5	12,0	4,0	20,0	1,6
6	6,0	12,0	8,0	1,2
7	14,0	8,0	18,0	2,0
8	4,0	10,0	12,0	1,4
9	6,0	10,0	14,0	0,8
10	5,0	8,0	10,0	1,0
11	4,0	6,0	10,0	1,2
12	7,0	12,0	6,0	2,2
13	15,0	7,0	26,0	1,8
14	8,0	4,0	16,0	0,8
15	12,0	18,0	30,0	1,0
16	6,0	12,0	12,0	2,4
17	8,0	4,0	12,0	1,6
18	2,0	10,0	8,0	1,2
19	6,0	8,0	16,0	1,4
20	9,0	5,0	4,0	0,8
21	7,0	16,0	18,0	2,0
22	4,0	6,0	10,0	1,2
23	14,0	10,0	24,0	1,8
24	8,0	5,0	12,0	1,0
25	7,0	5,0	14,0	0,8
26	12,0	8,0	6,0	1,6
27	9,0	6,0	16,0	2,4
28	8,0	4,0	10,0	1,4
29	10,0	8,0	24,0	1,2
30	6,0	12,0	8,0	1,8

При этом следует иметь в виду, что ось, относительно которой составляется уравнение проекций, не должна быть расположена перпендикулярно к прямой, проходящей через две точки, относительно кото-

рых составляются уравнения моментов. Если это условие не будет выполнено, то уравнение проекций окажется следствием уравнений моментов и решение подобной системы уравнений равновесия даст возможность определить только две неизвестные величины вместо трех.

Можно, минуя составление уравнений проекций сил, составить три уравнения моментов относительно трех произвольно выбранных точек

$$\sum_{\kappa=1}^n m_A(\vec{F}_\kappa) = 0, \quad \sum_{\kappa=1}^n m_B(\vec{F}_\kappa) = 0, \quad \sum_{\kappa=1}^n m_C(\vec{F}_\kappa) = 0. \quad (3)$$

При этом следует иметь в виду, что эти три точки не должны лежать на одной прямой, так как иначе одно из уравнений равновесия окажется следствием двух других.

При вычислении моментов иногда бывает удобно разлагать данную силу на две составляющие и, пользуясь теоремой Вариньона, находить момент силы относительно точки как сумму моментов этих составляющих.

Выполнение задания сводится к определению реакций опор и давления в промежуточном шарнире составной конструкции.

В технике обычно встречаются три типа опорных закреплений:

1. Подвижная шарнирная опора (рис. 6, опора A).

Реакция \vec{R}_A такой опоры направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки подвижной опоры.

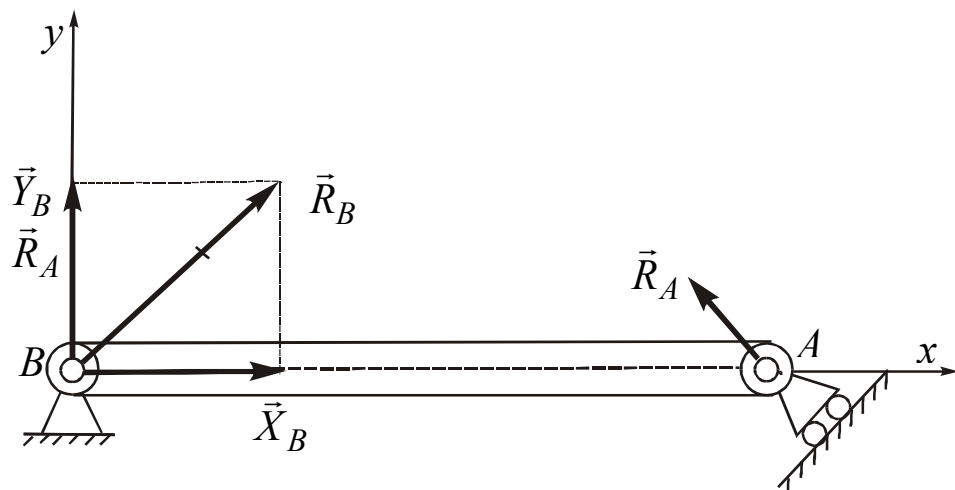


Рис. 6

2. Неподвижная шарнирная опора (рис. 6, опора B).

Реакция \vec{R}_B такой опоры проходит через ось шарнира и может иметь любое направление в плоскости чертежа. При решении задачи реакцию \vec{R}_B неподвижной шарнирной опоры представляют двумя составляющими \vec{X}_B , \vec{Y}_B , направленными вдоль координатных осей X , Y в любом направлении, поскольку истинное направление силы реакции \vec{R}_B не известно. По модулю $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$.

3. Неподвижная защемляющая опора или жесткая заделка (рис. 7).

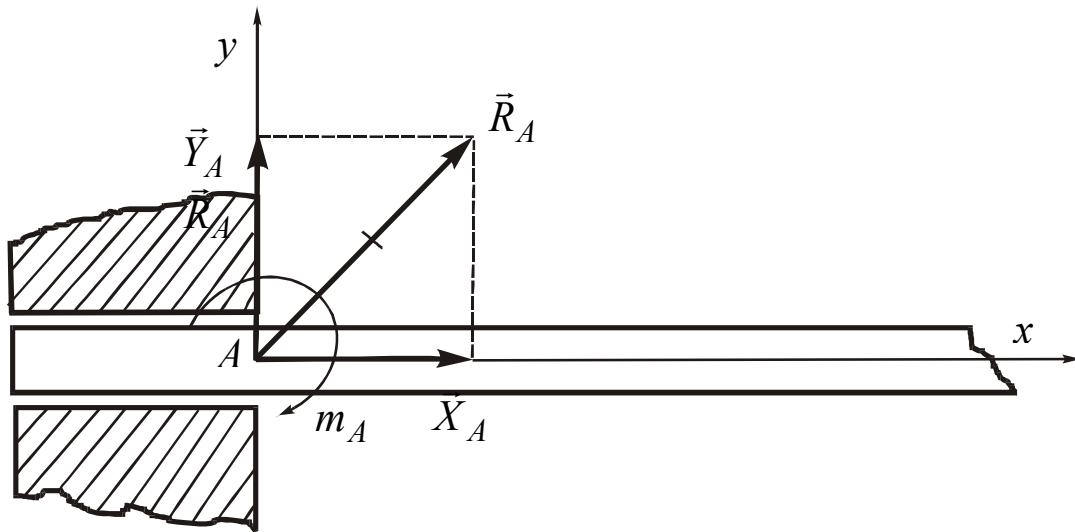


Рис. 7

В этом случае на заделанный конец балки со стороны опорных плоскостей действует система распределенных сил реакций. Считая эти силы приведенными к центру A , мы можем их заменить одной наперед неизвестной силой \vec{R}_A , приложенной в этом центре и парой сил с наперед неизвестным моментом m_A .

При решении задачи силу \vec{R}_A представляют ее составляющими \vec{X}_A , \vec{Y}_A , направленными вдоль координатных осей X , Y в любом направлении, поскольку истинное направление действия этой силы не известно.

Действие пары сил с моментом m_A на схеме изображают дуговой стрелкой, направленной по ходу часовой стрелки или против хода часовой стрелки, поскольку истинное направление действия этой пары сил также не известно.

Таким образом, реакция жесткой заделки представляется двумя составляющими \vec{X}_A , \vec{Y}_A силы \vec{R}_A и парой сил с моментом m_A .

Решение задач на равновесие системы двух тел можно проводить двумя вариантами.

При первом варианте решения рассматривается равновесие каждого тела, входящего в систему, в отдельности. При этом, рассматривая равновесие первого тела, давление в шарнире C , соединяющем тела, от действия отброшенного второго тела представляется двумя составляющими \vec{X}_C , \vec{Y}_C , направленными параллельно координатным осям X , Y в любом направлении.

При рассмотрении же равновесия второго тела давление в шарнире C , соединяющем тела от действия отброшенного первого тела представляется также двумя составляющими \vec{X}'_C и \vec{Y}'_C , направленными параллельно координатным осям X , Y , но обязательно в стороны, противоположные тем направлениям, которые были приняты для первого тела, так как при всяком действии одного материального тела на другое имеет место такое же по величине, но противоположное по направлению противодействие. То есть на основании закона равенства действия и противодействия давление второго тела на первое в шарнире C должно представляться составляющими \vec{X}'_C и \vec{Y}'_C , направленными противоположно \vec{X}_C и \vec{Y}_C ($\vec{X}'_C = -\vec{X}_C$; $\vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C$). По модулю $X'_C = X_C$; $Y'_C = Y_C$.

При втором варианте решения задания рассматривается равновесие всей системы и равновесие какого-нибудь одного из тел, входящих в систему.

При рассмотрении равновесия всей системы давление в шарнире C , соединяющем тела, не показывается, так как силы взаимодействия между телами являются внутренними силами и действие одного тела на другое компенсируется действием другого тела на первое.

При рассмотрении равновесия одного из тел, входящих в систему, давление в шарнире C , соединяющем тела, от действия отброшенного второго тела, как уже отмечалось выше, представляется двумя составляющими \vec{X}_C и \vec{Y}_C , направленными параллельно координатным осям X , Y в любом направлении.

Решение задачи на равновесие системы двух тел одним из описанных выше вариантов, производится в следующем порядке:

1. Выделяется тело или система тел, равновесие которых необходимо рассмотреть для отыскания неизвестных величин.
2. Освобождаются тела от связей и изображаются на схеме, действующие на них активные силы и силы реакций отброшенных связей.

3. Рассматривается равновесие несвободных твердых тел как свободных, находящихся под действием произвольной плоской системы сил.

4. Выбираются наиболее удобные системы координат. При этом для каждого тела и всей системы может быть выбрана своя система координат.

5. Составляются уравнения равновесия для каждого тела или системы тел, равновесие которых исследуется.

6. Решается система всех уравнений равновесия относительно неизвестных величин, проверяется правильность решения, и исследуются полученные результаты.

При решении систем уравнений значение каждой из величин должно подставляться в следующее уравнение с тем знаком, с которым эта величина получена при решении предыдущего уравнения.

Большое значение в процессе решения имеет аккуратный чертеж и последовательное проведение всех выкладок.

Все расчеты при выполнении задания рекомендуется проводить в общем виде.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Дано: схема конструкции (рис. 8), $P_1 = 2$ кН, $P_2 = 4$ кН, $M = 12$ кН·м, $q = 2$ кН/м.

Определить реакции связей A и B и давление в промежуточном шарнире C составной конструкции.

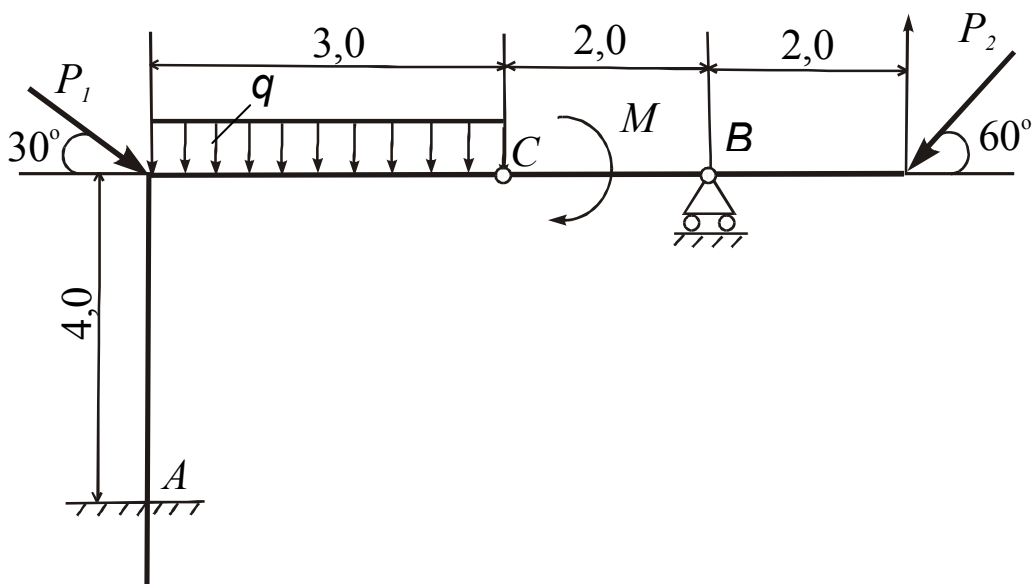


Рис. 8

Первый вариант решения задания

Рассмотрим равновесие каждого тела, входящего в систему в отдельности.

Сначала рассмотрим равновесие тела BC , так как при рассмотрении равновесия этого тела число неизвестных не превышает трех, что соответствует числу уравнений равновесия произвольной плоской системы сил, действующих на тело BC (рис. 9).

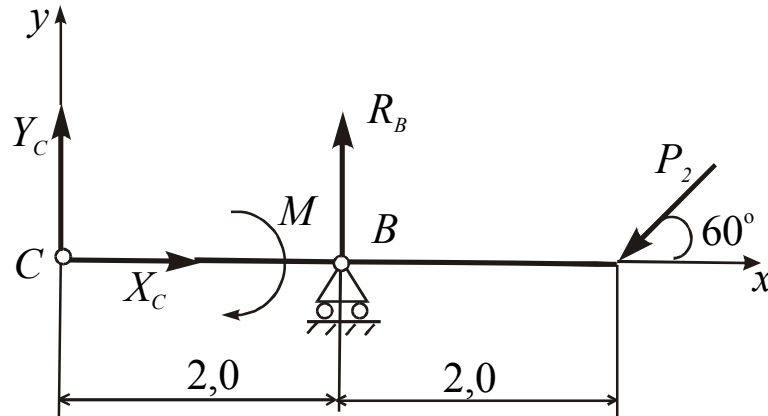


Рис. 9

При этом давление в шарнире C , соединяющем тела, от действия отброшенного тела AC представляем двумя составляющими \vec{X}_C и \vec{Y}_C , направленными параллельно координатным осям X , Y в положительном их направлении.

Уравнения равновесия для тела BC имеют вид:

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa x} = 0; \quad X_C - P_2 \cos 60^\circ = 0, \quad (1)$$

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa y} = 0; \quad Y_C + R_B - P_2 \sin 60^\circ = 0, \quad (2)$$

$$\sum_{\kappa=1}^n m_C(\vec{F}_\kappa) = 0; \quad -M + R_B \cdot 2 - P_2 \sin 60^\circ \cdot 4 = 0. \quad (3)$$

Из уравнения (1)

$$X_C = P_2 \cos 60^\circ = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ кН.}$$

Из уравнения (3)

$$R_B = \frac{M + P_2 \sin 60^\circ \cdot 4}{2} = \frac{12 + 4 \cdot 0,86 \cdot 4}{2} = 12,88 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2)

$$Y_C = P_2 \sin 60^\circ - R_B = 4 \cdot 0,86 - 12,88 = -9,44 \text{ кН.}$$

Теперь рассмотрим равновесие тела AC (рис. 10). При этом давление в шарнире C , соединяющем тела, представим двумя составляющими \vec{X}'_C и \vec{Y}'_C , направленными параллельно координатным осям X , Y , в стороны, противоположные тем направлениям, которые были приняты для тела BC ($\vec{X}'_C = -\vec{X}_C$; $\vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C$).

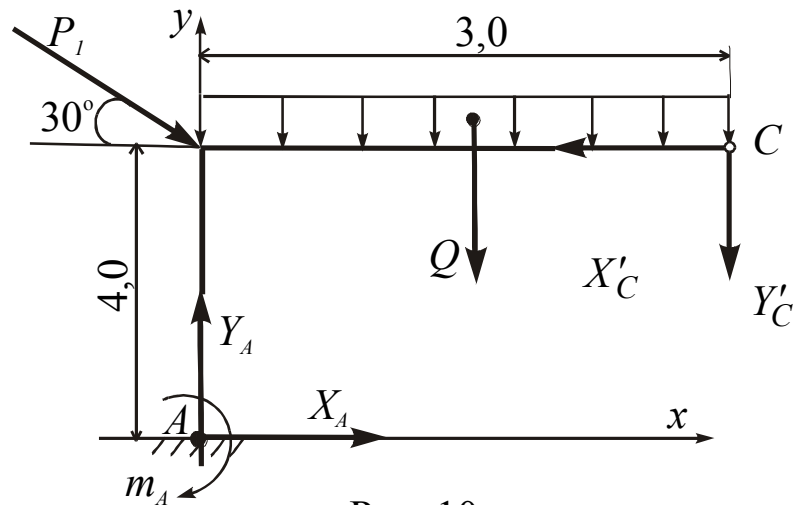


Рис. 10

Значения же $X'_C = X_C = 2$ кН, $Y'_C = Y_C = -9,44$ кН, $Q = q \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$ кН.

Уравнения равновесия для тела AC имеют вид:

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa x} = 0; \quad X_A + P_1 \cos 30^\circ - X'_C = 0, \quad (4)$$

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa y} = 0; \quad Y_A - P_1 \sin 30^\circ - Q - Y'_C = 0, \quad (5)$$

$$\sum_{\kappa=1}^n m_A(\vec{F}_\kappa) = 0; \quad -m_A - P_1 \cos 30^\circ \cdot 4 - Q \cdot 1,5 - Y'_C \cdot 3 + X'_C \cdot 4 = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (4)

$$X_A = X'_C - P_1 \cos 30^\circ = 2 - 2 \cdot 0,86 = 0,28 \text{ кН.}$$

Из уравнения (5)

$$Y_A = P_1 \sin 30^\circ + Q + Y'_C = 2 \cdot 0,5 + 6 - 9,44 = -2,44 \text{ кН.}$$

Из уравнения (6)

$$m_A = -P_1 \cos 30^\circ \cdot 4 - Q \cdot 1,5 - Y'_C \cdot 3 + X'_C \cdot 4 = \\ = -2 \cdot 0,86 \cdot 4 - 6 \cdot 1,5 + 9,44 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 20,44 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Второй вариант решения задания

Рассмотрим равновесие всей системы (рис. 11)

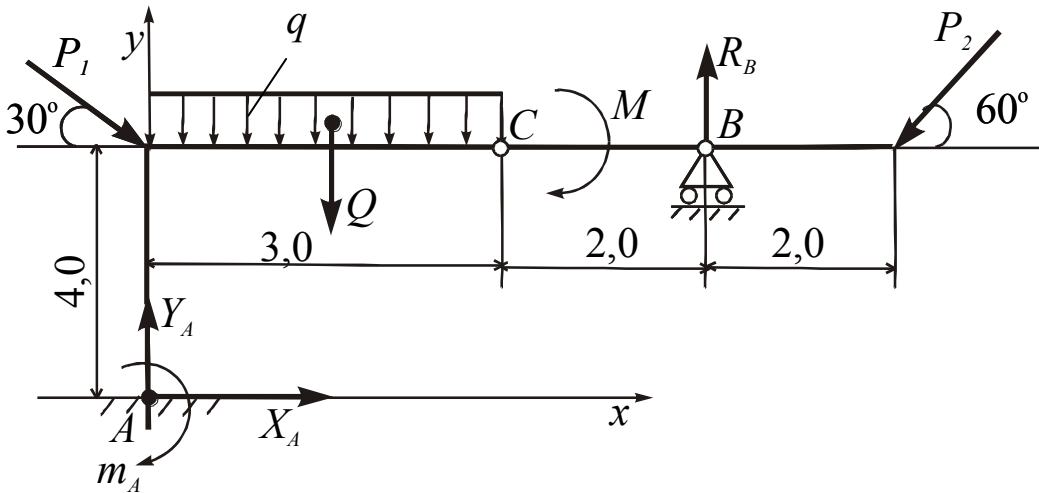


Рис. 11

Уравнения равновесия всей системы имеют вид:

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa x} = 0; \quad X_A + P_1 \cos 30^\circ - P_2 \cos 60^\circ = 0, \quad (1)$$

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa y} = 0; \quad Y_A - P_1 \sin 30^\circ - Q + R_B - P_2 \sin 60^\circ = 0, \quad (2)$$

$$\sum_{\kappa=1}^n m_A(\vec{F}_\kappa) = 0; \quad -m_A - P_1 \cos 30^\circ \cdot 4 - Q \cdot 1,5 - M + R_B \cdot 5 + \\ + P_2 \cos 60^\circ \cdot 4 - P_2 \sin 60^\circ \cdot 7 = 0. \quad (3)$$

Из уравнения (1)

$$X_A = P_2 \cos 60^\circ - P_1 \cos 30^\circ = 4 \cdot 0,5 - 2 \cdot 0,86 = 0,28 \text{ кН}.$$

Уравнения (2, 3) использовать для определения неизвестных R_B , Y_A и m_A пока не представляется возможным, так как число неизвестных в этих уравнениях превышает число уравнений.

Для решения задачи этим вариантом необходимо рассмотреть равновесие одного из тел, входящих в систему.

Рассмотрим равновесие тела BC (рис. 12).

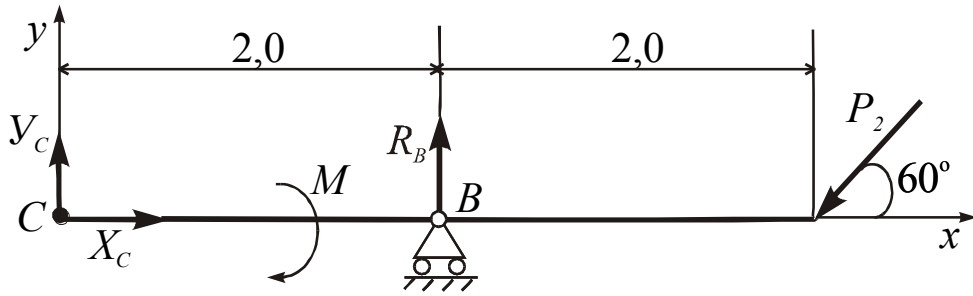


Рис. 12

Уравнения равновесия для тела BC имеют вид:

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa x} = 0; \quad X_C - P_2 \cos 60^\circ = 0, \quad (4)$$

$$\sum_{\kappa=1}^n F_{\kappa y} = 0; \quad Y_C + R_B - P_2 \sin 60^\circ = 0, \quad (5)$$

$$\sum_{\kappa=1}^n m_B(\vec{F}_\kappa) = 0; \quad -Y_C \cdot 2 - M - P_2 \sin 60^\circ \cdot 2 = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (4)

$$X_C = P_2 \cos 60^\circ = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ кН.}$$

Из уравнения (6)

$$Y_C = \frac{-M - P_2 \sin 60^\circ \cdot 2}{2} = \frac{-12 - 4 \cdot 0,86 \cdot 2}{2} = -9,44 \text{ кН.}$$

Из уравнения (5)

$$R_B = P_2 \sin 60^\circ - Y_C = 4 \cdot 0,86 + 9,44 = 12,88 \text{ кН.}$$

Зная значение R_B , используем уравнения (2,3) для определения из них значений Y_A и m_A .

Из уравнения (2)

$$Y_A = P_1 \sin 30^\circ + Q - R_B + P_2 \sin 60^\circ = 2 \cdot 0,5 + 6 - 12,88 + 4 \cdot 0,86 = -2,44 \text{ кН.м.}$$

Из уравнения (3)

$$m_A = -P_1 \cos 30^\circ \cdot 4 - Q \cdot 1,5 - M + R_B \cdot 5 + P_2 \cos 60^\circ \cdot 4 - P_2 \sin 60^\circ \cdot 7 = -2 \cdot 0,86 \cdot 4 - 6 \cdot 1,5 - 12 + 12,88 \cdot 5 + 4 \cdot 0,5 \cdot 4 - 4 \cdot 0,86 \cdot 7 = 20,44 \text{ кН.м.}$$

Значения реакций связей A и B и давления в промежуточном шарнире C составной конструкции, полученные в результате выполнения задания первым и вторым вариантом, одинаковы.

Для проверки правильности проведенных расчетов при выполнении задания убедимся в том, что соблюдается уравнение равновесия для сил, приложенных ко всей конструкции (рис. 11), например:

$$\sum_{k=1}^n m_B(\vec{F}_k) = 0; \quad -m_A + X_A \cdot 4 - Y_A \cdot 5 + P_1 \sin 30^\circ \cdot 5 + Q \cdot 3,5 - M - P_2 \sin 60^\circ \cdot 2 =$$

$$= -20,44 + 0,28 \cdot 4 + 2,44 \cdot 5 + 2 \cdot 0,5 \cdot 5 + 6 \cdot 3,5 - 12 - 4 \cdot 0,86 \cdot 2 = -39,32 + 39,32 = 0.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Силы, кН					Момент, m_A , кН·м
X_A	Y_A	R_B	X_C	Y_C	
0,28	-2,44	12,88	2,0	-9,44	20,44

Контрольные вопросы

1. Что в механике называют связью?
2. Что в механике называют реакцией связи?
3. Изобразить на рисунке гибкую связь и показать ее реакцию.
4. Изобразить на рисунке гладкую опору и показать ее реакцию.
5. Изобразить на рисунке стержневую опору и показать ее реакцию.
6. Изобразить на рисунке шарнирно подвижную опору и показать ее реакцию.
7. Изобразить на рисунке шарнирно неподвижную опору и показать ее реакцию.
8. Изобразить на рисунке опору в виде жесткого защемления и показать ее реакцию.
9. Изобразить на рисунке опору в виде скользящего соединения и показать ее реакцию.
10. Сформулируйте аксиому связей.
11. Как определить проекцию силы на ось?
12. Дайте определение момента силы относительно центра.
13. Когда момент силы относительно центра равен нулю?
14. Какая система сил называется плоской?
15. Дайте определение алгебраического момента силы относительно центра.
16. Какая система сил называется парой сил?
17. Какое действие на тело оказывает пара сил?
18. Как на расчетных схемах изображается пара сил?

19. Какая величина определяет действие пары сил на тело?

20. В чем состоит основная задача статики твердого тела?

21. Что включает в себя понятие расчетной схемы?

22. Сформулируйте и запишите условия равновесия плоской системы сил.

23. Сформулируйте и запишите первую форму уравнений равновесия плоской системы сил.

24. Сформулируйте и запишите вторую форму уравнений равновесия плоской системы сил.

25. Сформулируйте и запишите третью форму уравнений равновесия плоской системы сил.

Требования к выполнению задания

1. Схема конструкции должна быть выполнена в масштабе карандашом с применением чертежных инструментов.

2. На схеме указать размеры цифрами и заданные силы согласно данных вашего варианта.

3. Рабочий чертеж должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволить ясно показать все силы. На чертеже указывают всю необходимую информацию для решения задачи (углы, центры, оси).

3. Листы задания скрепить либо степлером, либо вложить в мультифору. Скрепки и иголки не принимаются.

4. Пример оформления и выполнения задания представлен ниже.

Титульный лист

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева»

Кафедра теоретической и геотехнической механики

**Тема: ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР СОСТАВНОЙ
КОНСТРУКЦИИ (СИСТЕМА ДВУХ ТЕЛ)**
Индивидуальное задание по теоретической механике

Вариант № 000

Выполнил студент гр. _____
ФИО

Проверил доц.
ФИО

Кемерово 2021

Задача. Две балки AE и BE соединены между собой шарниром E и удерживаются в равновесии при помощи внешних опор A и B .

Опора A является жесткой заделкой, опора BB' – стержневой. На балку действуют сила \bar{P} , численно равная $P = 10$ кН, равномерно распределенная нагрузка интенсивности $q = 2$ кН/м и пара сил, момент которой равен $M = 20$ кН·м. Все размеры, углы и точки приложения сил показаны на схеме закрепления балок (рис. 1). Определить реакции внешних опор A и B и реакции внутреннего шарнира E .

Дано: $AD = 2$ м; $CD = 2$ м; $CE = 2$ м; $EF = 1$ м; $BF = 2$ м; $\alpha = 30^\circ$.

Определить: $X_A, Y_A, M_A, S_B, X_E, Y_E$.

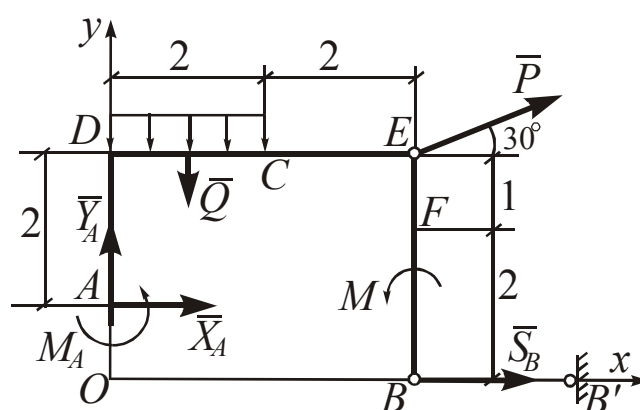


Рис. 1

Решение: Рассмотрим равновесие всей конструкции, приложив к ней заданную нагрузку – силы \bar{P} , \bar{Q} и пару сил с моментом M . Мысленно отбросим связи, а их действия заменим реакциями жесткой заделки – силами \bar{X}_A, \bar{Y}_A и парой сил с моментом M_A и реакцией стержневой опоры S_B , которая направлена вдоль стержня. Система двух балок AE и BE находится в равновесии под действием заданных сил и четырех опорных реакции $\bar{X}_A, \bar{Y}_A, \bar{S}_B$ и пары сил M_A . В расчетной схеме (рис. 1) четыре неизвестных опорных реакций, а уравнений равновесия три. Поэтому разделим конструкцию по шарниру E .

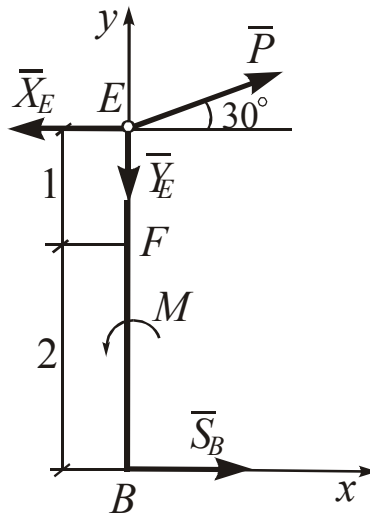


Рис. 2

Балка BE находится в равновесии под действием заданной нагрузки – это сила \bar{P} , пары сил с моментом M , реакции стержневой опоры S_B и реакций внутреннего шарнира E , \bar{X}_E , \bar{Y}_E (рис. 2).

Составим уравнения равновесия сил, действующих на балку:

$$\Sigma F_{kx} = -X_E + S_B + P \cos 30^\circ = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} = -Y_E + P \cos 60^\circ = 0;$$

$$\Sigma M_E(F_k) = S_B \cdot 3 + M = 0.$$

Из этих уравнений определим реакции опор:

$$X_E = S_B + P \cos 30^\circ = 2 \text{ кН};$$

$$Y_E = P \cos 60^\circ = 5 \text{ кН};$$

$$S_B = -M / 3 = -6,66 \text{ кН}.$$

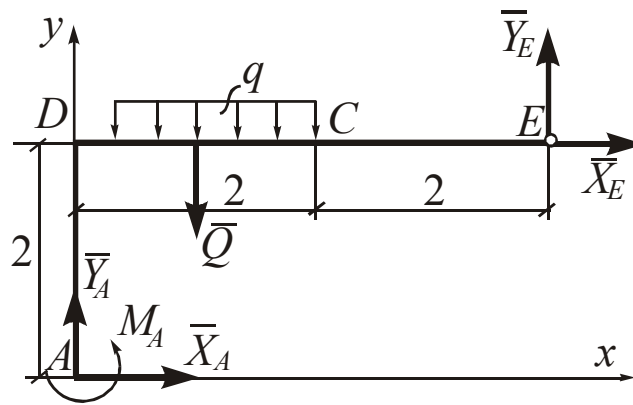


Рис. 3

Рассмотрим равновесие балки AE (рис. 3).

Для определения реакций жесткой заделки X_A , Y_A , M_A составим уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{kx} &= X_E + X_A = 0; \\ \Sigma F_{ky} &= Y_E + Y_A - Q = 0; \\ \Sigma M_A(F_k) &= M_A - Q \cdot 1 - X_E \cdot 2 + Y_E \cdot 4 = 0; \\ X_A &= -X_E = -2 \text{ кН}; \\ Y_A &= -Y_E + Q = -1 \text{ кН}; \\ M_A &= Q \cdot 1 + X_E \cdot 2 - Y_E \cdot 4 = -12 \text{ кН}\cdot\text{м}.\end{aligned}$$

Проверка. Для проверки расчетов составим уравнение равновесия для всей конструкции AB (рис. 1):

$$\Sigma M_E(F_k) = M_A + X_A \cdot 2 - Y_A \cdot 4 + Q \cdot 3 + M + S_B \cdot 3 = 0.$$

Подставим найденные числовые значения внешних опорных реакций X_A , Y_A , M_A , S_B со своими знаками, получим

$$-12 - 4 + 4 + 12 + 20 - 6,66 \cdot 3 = 0, 0 = 0.$$

Последнее равенство свидетельствует о том, что все расчеты были выполнены правильно.

Ответ: $X_A = -2$ кН; $Y_A = -1$ кН; $M_A = -12$ кН·м;

$$S_B = -6,66 \text{ кН} \quad X_E = 2 \text{ кН}; \quad Y_E = 5 \text{ кН}.$$

Список рекомендуемой литературы

1. Хямяляйнен, В. А. Теоретическая механика : учебное пособие для студентов технических вузов и колледжей / В. А. Хямяляйнен ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева. – 3-е изд. – Кемерово : КузГТУ, 2020. – 227 с. – URL: <http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=91800&type=utchposob:common>. – Текст: непосредственный + электронный.

2. Хямяляйнен, В. А. Руководство к решению задач по теоретической механике : учебное пособие / В. А. Хямяляйнен, А. С. Богатырева, Р. Ф. Гордиенко. – Кемерово, 2017. – URL: <http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=91541&type=utchposob:common>. – Текст : электронный.

3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1: Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 12-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 672 с. – ISBN 978-5-8114-1035-4. – URL: <https://e.lanbook.com/book/168474> (дата обращения: 16.05.2021). – Текст: электронный.