

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачёва»

Кафедра прикладной механики

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРОВ (ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА)

Методические указания к лабораторной работе по дисциплине
«Основы робототехники» для студентов направлений подготовки 220700.62
«Автоматизация технологических процессов и производств», профиль
220701.62 «Автоматизация технологических процессов и производств
(в машиностроении)»; 151900.62 «Конструкторско-технологическое
обеспечение машиностроительных производств», профиль 151901.62
«Технология машиностроения»; 150700.62 «Машиностроение», профиль
150704.62 «Оборудование и технология сварочного производства»

**Составители Н. П. Курьшкин
В. Н. Ермак**

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 9 от 07.06.2012
Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
направления 220700.62
Протокол № 41 от 15.06.2012
Электронная копия находится
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2012

1. ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Целью работы является выработка умения самостоятельно решать на компьютере обратную задачу кинематического анализа манипулятора.

В данной работе эта задача решается для манипулятора с двумя степенями свободы. По заданной схеме манипулятора (приложение А), траектории объекта, находящегося в схвате, и графику аналога ускорения объекта (приложение Б) находятся зависимости обобщенных координат, скоростей и ускорений от времени. Задача решается на компьютере и включает:

- вывод расчётных формул (с использованием метода векторных контуров);
- составление и отладку программы расчёта (на любом языке программирования);
- печать результатов расчёта (в виде таблиц и графиков).

Работа рассчитана на 4 часа.

2. ВЫВОД РАСЧЁТНЫХ ФОРМУЛ

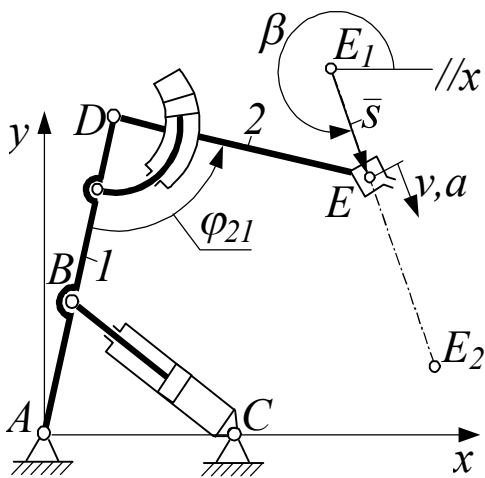


Рис.1. Схема манипулятора

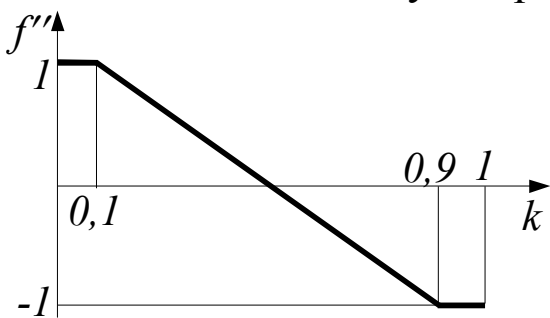


Рис.2. Безразмерное ускорение схвата

Вывод расчетных формул рассмотрим на примере манипулятора, изображенного на рис.1.

Исходные данные.

Размеры L_{AD} , L_{DE} , L_{AB} , L_{AC} .

Траектория схвата – отрезок прямой E_1E_2 с координатами (x_{E1}, y_{E1}) , (x_{E2}, y_{E2}) .

График безразмерного ускорения схвата (рис. 2).

Максимальное ускорение схвата – a_{max} .

Требуется вывести уравнения обобщенных координат l_{BC} , φ_{21} и их производных по времени – до вторых включительно.

Безразмерное ускорение f'' дано в функции безразмерного вре-

мени k . Смысл этих величин рассмотрим после определения других безразмерных характеристик.

2.1 Уравнения безразмерных характеристик движения схвата

Кроме безразмерного ускорения характеристиками движения схвата являются: безразмерная скорость – f' и безразмерное перемещение – f . Опишем эти характеристики аналитически.

2.1.1 Безразмерное ускорение

Согласно условию задачи, безразмерное ускорение имеет график, показанный на рис.2. Выведем уравнения $f''(k)$ для всех аналитически однородных интервалов изменения k . Таких интервалов три:

$$0 \leq k \leq 0,1; \quad 0,1 \leq k \leq 0,9; \quad 0,9 \leq k \leq 1.$$

Из графика видно, что на первом интервале:

$$f'' = 1. \quad (1)$$

На втором интервале воспользуемся уравнением прямой, проходящей через две точки:

$$\frac{f'' - f''_A}{f''_B - f''_A} = \frac{k - k_A}{k_B - k_A}, \quad (2)$$

где k_A, k_B – абсциссы точек A и B соответственно ($k_A = 0,1$; $k_B = 0,9$);

f''_A, f''_B – ординаты точек A и B , соответственно ($f''_A = 1$; $f''_B = -1$).

После подстановок и вычислений получим:

$$f'' = -2,5k + 1,25. \quad (3)$$

На третьем интервале:

$$f'' = -1. \quad (4)$$

2.1.2 Безразмерная скорость

Безразмерную скорость схвата определим интегрированием безразмерного ускорения: $f' = \int f'' dk$ Её примерный график показан на рис.3.

На первом интервале:

$$f' = \int 1 dk = k. \quad (5)$$

В конце интервала (точка C) $k = 0,1$. При этом, согласно (5), $f' = 0,1$. Эти значения будут начальными условиями для определения

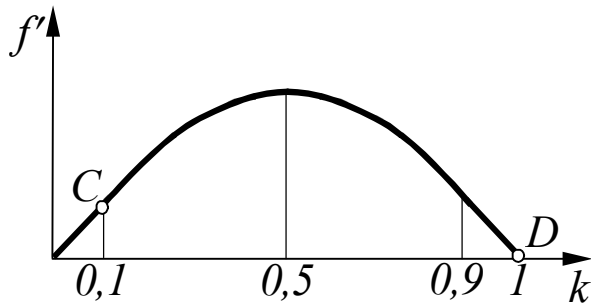


Рис.3. Безразмерная скорость схвата

выше. После подстановок и вычислений получим: $c_1 = -0,0125$.

На третьем интервале:

$$f' = \int (-1)dk + c_2 = -k + c_2, \quad (7)$$

где c_2 – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий. В качестве таковых возьмём координаты точки D (рис.3): $k_D = 1$, $f'_D = 0$. После подстановок этих координат в (7) и вычислений получим $c_2 = 1$.

2.1.3 Безразмерное перемещение схвата

Безразмерное перемещение схвата определим интегрированием безразмерной скорости $f = \int f'dk$. Примерный вид его графика показан на рис.4.

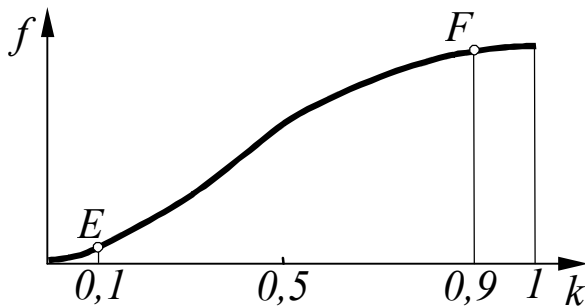


Рис.4. Безразмерное перемещение схвата

постоянной интегрирования на втором интервале.

На втором интервале:

$$f' = \int (-2,5k + 1,25)dk + c_1 = -1,25k^2 + 1,25k + c_1, \quad (6)$$

где c_1 – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий, найденных

На первом интервале:

$$f = \int kdk = 0,5k^2. \quad (8)$$

Координаты точки E являются начальными условиями для определения постоянной интегрирования на втором интервале. Определим их. При $k=0,1$

$$f = 0,5 \cdot 0,1^2 = 0,005.$$

На втором интервале:

$$\begin{aligned} f &= \int (-1,25k^2 + 1,25k - 0,0125)dk + c_3 = \\ &= -0,4166k^3 + 0,625k^2 - 0,0125k + c_3, \end{aligned} \quad (9)$$

где c_3 – постоянная интегрирования, определяемая подстановкой в (9) координат точки E , найденных выше. После подстановки и вычислений получим: $c_3 = 0,000417$.

Определим координаты конечной точки F , которые являются начальными условиями для определения постоянной интегрирования на третьем интервале. При $k=0,9$ ордината:

$$f = -0,4166 \cdot 0,9^3 + 0,625 \cdot 0,9^2 - 0,0125 \cdot 0,9 + 0,000417 = 0,191667.$$

На третьем интервале:

$$f = \int (-k + 1) dk + c_4 = -0,5k^2 + k + c_4, \quad (10)$$

где c_4 – постоянная интегрирования, определяемая подстановкой в (10) координат точки F . После подстановки и вычислений получим $c_4 = -0,30333$.

На этом аналитическое описание безразмерных характеристик закончено.

2.1.4 Сводка безразмерных характеристик

Безразмерное ускорение:

$$f'' = \begin{cases} 1 & 0 \leq k \leq 0,1 \\ -2,5k + 1,25 & 0,1 \leq k \leq 0,9. \\ -1 & 0,9 \leq k \leq 1 \end{cases} \quad (11)$$

Безразмерная скорость:

$$f' = \begin{cases} k & 0 \leq k \leq 0,1 \\ -1,25k^2 + 1,25k - 0,0125 & 0,1 \leq k \leq 0,9. \\ -k + 1 & 0,9 \leq k \leq 1 \end{cases} \quad (12)$$

Безразмерное перемещение:

$$f = \begin{cases} 0,5k^2 & 0 \leq k \leq 0,1 \\ -4166k^3 + 0,625k^2 - 0,0125k + 0,000417 & 0,1 \leq k \leq 0,9. \\ -0,5k^2 + k - 0,30333 & 0,9 \leq k \leq 1 \end{cases} \quad (13)$$

2.2. Уравнения действительных характеристик движения схвата

По определению, действительное время t и действительное ускорение a определяются через безразмерное время k и безразмерное ускорение f'' по формулам:

$$t = t_{max}k; \quad (14)$$

$$a = a_{max}f'', \quad (15)$$

где t_{max} – время движения схвата от E_1 до E_2 (время цикла).

Действительная скорость схвата: $v = \int a dt = \int a_{max}f''t_{max}dk$.
Поскольку $\int f'' dk = f'$, то:

$$v = a_{max}t_{max}f'. \quad (16)$$

Действительное перемещение схвата: $s = \int v dt = \int a_{max}t_{max}f't_{max}dk$.

Поскольку $\int f' dk = f$, то:

$$s = a_{max}t_{max}^2 f. \quad (17)$$

2.3 Определение времени цикла

Из (17) следует, что $t_{max} = \sqrt{s/(a_{max}f)}$. Заменяя s и f на s_{max} и f_{max} , получим:

$$t_{max} = \sqrt{s_{max}/(a_{max}f_{max})}. \quad (18)$$

Максимальный путь схвата:

$$s_{max} = E_1E_2 = \sqrt{(x_{E2} - x_{E1})^2 + (y_{E2} - y_{E1})^2}. \quad (19)$$

С учетом того, что f достигает f_{max} при $k = 1$, из (13) находим:

$$f_{max} = -0,5 \cdot 1^2 + 1 - 0,30333 = 0,19667.$$

2.4. Преобразование характеристик движения схвата в систему Аху

Представим s в виде вектора с началом в точке E_1 и концом в точке E (рис.1). Тогда угол β вектора \vec{s} с осью x определится с помощью формул:

$$\begin{cases} \sin \beta = (y_{E2} - y_{E1}) / s_{max}; \\ \cos \beta = (x_{E2} - x_{E1}) / s_{max}. \end{cases} \quad (20)$$

Координаты точки E в системе Axy :

$$\begin{cases} x_E = x_{E1} + s \cdot \cos \beta; \\ y_E = y_{E1} + s \cdot \sin \beta. \end{cases} \quad (21)$$

Скорости и ускорения точки E в проекциях на оси x и y :

$$\begin{cases} v_{Ex} = v \cdot \cos \beta; \\ v_{Ey} = v \cdot \sin \beta. \end{cases} \quad \begin{cases} a_{Ex} = a \cdot \cos \beta; \\ a_{Ey} = a \cdot \sin \beta. \end{cases} \quad (22)$$

Таким образом, все параметры, определяющие закон движения схвата, найдены.

2.5. Кинематический анализ «скелетной» части манипулятора

Под «скелетной» частью манипулятора понимается его кинематическая схема без учета приводов. В нашем примере «скелет» образует цепь 1, 2 (рис.1). Кинематический анализ этой цепи состоит в определении угловых координат, угловых скоростей и ускорений звеньев 1 и 2.

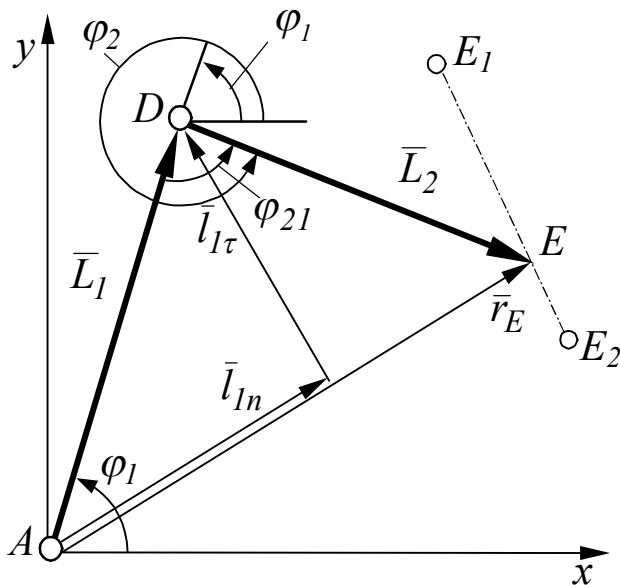


Рис.5. Векторный контур «скелетной» части манипулятора

контура ADE :

$$\bar{L}_1 + \bar{L}_2 - \bar{r}_E = 0. \quad (23)$$

Проецируя уравнение (23) на оси x и y , получим систему:

Задачу о координатах решим методом векторных контуров.

Для этого со звеньями «скелетной» части свяжем векторы \bar{L}_1 и \bar{L}_2 (рис.5). Замкнем векторный контур радиус-вектором точки E .

Покажем положительные углы φ_1 и φ_2 векторов \bar{L}_1 и \bar{L}_2 относительно оси x .

Составим уравнение замкнутости векторного

$$\begin{cases} L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos \varphi_2 - x_E = 0, \\ L_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin \varphi_2 - y_E = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Неизвестными в системе являются φ_1, φ_2 . Избавимся от φ_2 . Для этого возведем уравнения в квадрат и сложим их. После пре-

образований получим: $\cos \varphi_1 = \frac{L_1^2 - L_2^2 + r_E^2}{2L_1 x_E} - \frac{y_E}{x_E} \sin \varphi_1$. Пред-

ставим данное уравнение в виде:

$$\cos \varphi_1 = A + B \sin \varphi_1, \quad (25)$$

где: $A = \frac{L_1^2 - L_2^2 + r_E^2}{2L_1 x_E}$, $B = -\frac{y_E}{x_E}$. Избавимся от $\cos \varphi_1$. Для этого

возведем уравнение в квадрат. Выразив $\cos^2 \varphi_1$ через $1 - \sin^2 \varphi_1$, получим квадратное уравнение относительно $\sin \varphi_1$:

$$(B^2 + 1) \sin^2 \varphi_1 + 2AB \sin \varphi_1 + (A^2 - 1) = 0. \quad (26)$$

Корни уравнения определяет формула:

$$\sin \varphi_1 = \frac{-AB \pm \sqrt{B^2 - A^2 + 1}}{B^2 + 1}. \quad (27)$$

Для определения знака перед радикалом вектор \bar{L}_1 представляют в виде суммы: $\bar{L}_1 = \bar{l}_{1n} + \bar{l}_{1\tau}$, где \bar{l}_{1n} – составляющая вектора \bar{L}_1 , направленная вдоль вектора \bar{r}_E , а $\bar{l}_{1\tau}$ – составляющая, перпендикулярная \bar{r}_E (рис.5). Если проекция вектора $\bar{l}_{1\tau}$ на ось y положительна, то перед радикалом ставится знак «плюс», в противном случае – «минус». В данном случае будет «плюс».

После определения $\sin \varphi_1$, по формуле (25) вычисляется $\cos \varphi_1$. Через синус и косинус однозначно находится φ_1 . Другая неизвестная – φ_2 – определяется через свой синус и косинус непосредственно из уравнений (24).

После угловых координат определяются угловые скорости и угловые ускорения. Для этого дважды продифференцируем систему (24) по времени. После первого дифференцирования получим:

$$\begin{cases} -L_1(\sin \varphi_1)\omega_1 - L_2(\sin \varphi_2)\omega_2 - v_{Ex} = 0; \\ L_1(\cos \varphi_1)\omega_1 + L_2(\cos \varphi_2)\omega_2 - v_{Ey} = 0. \end{cases} \quad (28)$$

После второго дифференцирования:

$$\begin{cases} -L_1(\cos \varphi_1)\omega_1^2 - L_1(\sin \varphi_1)\varepsilon_1 - L_2(\cos \varphi_2)\omega_2^2 - \\ -L_2(\sin \varphi_2)\varepsilon_2 - a_{Ex} = 0; \\ -L_1(\sin \varphi_1)\omega_1^2 + L_1(\cos \varphi_1)\varepsilon_1 - L_2(\sin \varphi_2)\omega_2^2 + \\ + L_2(\cos \varphi_2)\varepsilon_2 - a_{Ey} = 0. \end{cases} \quad (29)$$

В системе (28) неизвестными являются ω_1 , ω_2 , в системе (29) – ε_1 , ε_2 . Относительно неизвестных системы линейны и могут быть решены, например, по методу Крамера.

2.6. Кинематический анализ приводов

Привод звеньев «скелетной» части осуществляется поворотным и линейным гидроцилиндрами (рис.1). Взаимное положение звеньев поворотного гидроцилиндра определяется угловой обобщённой координатой – φ_{21} . Как видно из рис. 4:

$$\varphi_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 - \pi. \quad (30)$$

По этой формуле определяется первая обобщенная координата.

После дифференцирования (30) по времени, получим обобщенную скорость и ускорение:

$$\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1; \quad (31)$$

$$\varepsilon_{21} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1. \quad (32)$$

Взаимное положение звеньев линейного гидроцилиндра характеризует обобщенная координата l_{CB} (рис.1). Определим ее, используя метод векторных контуров (рис.6). Уравнение замкнутости векторного контура:

$$\bar{L}_{AB} - \bar{l}_{CB} - \bar{L}_{AC} = 0. \quad (33)$$

Спроецируем это уравне-

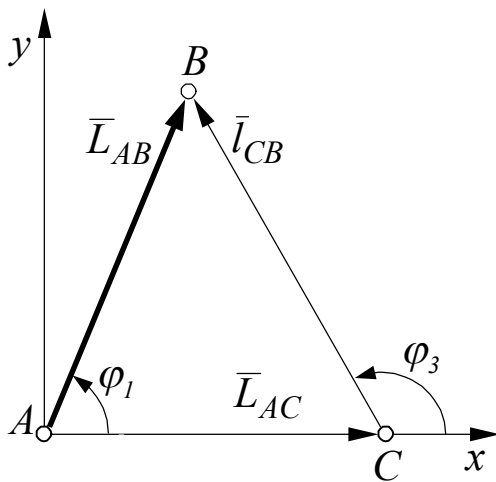


Рис.6. Векторный контур привода

ние на оси x и y :

$$\begin{cases} L_{AB} \cos \varphi_1 - l_{CB} \cos \varphi_3 - L_{AC} = 0; \\ L_{AB} \sin \varphi_1 - l_{CB} \sin \varphi_3 = 0. \end{cases} \quad (34)$$

Решим полученную систему относительно неизвестных параметров положения l_{CB} и φ_3 . Для этого перенесем вторые слагае-

мые уравнений из левой части в правую и возведем полученное в квадрат. После сложения уравнений и упрощений получим:

$$l_{CB} = \sqrt{L_{AB}^2 + L_{AC}^2 - 2L_{AB}L_{AC} \cos \varphi_1}. \quad (35)$$

Второй параметр – φ_3 определится однозначно из уравнений (34) через синус и косинус:

$$\begin{cases} \cos \varphi_3 = \frac{L_{AB} \cos \varphi_1 - L_{AC}}{l_{CB}}; \\ \sin \varphi_3 = \frac{L_{AB} \sin \varphi_1}{l_{CB}}. \end{cases} \quad (36)$$

Для определения скоростей и ускорений продифференцируем систему (34) по времени.

После первого дифференцирования получим:

$$\begin{cases} -L_{AB}(\sin \varphi_1)\omega_1 - v_{CB} \cos \varphi_3 + l_{CB}(\sin \varphi_3)\omega_3 = 0; \\ L_{AB}(\cos \varphi_1)\omega_1 - v_{CB} \sin \varphi_3 - l_{CB}(\cos \varphi_3)\omega_3 = 0, \end{cases} \quad (37)$$

где v_{CB} – скорость поршня относительно цилиндра.

После второго дифференцирования:

$$\begin{cases} -L_{AB}(\cos \varphi_1)\omega_1^2 - L_{AB}(\sin \varphi_1)\varepsilon_1 - a_{CB} \cos \varphi_3 + v_{CB}(\sin \varphi_3)\omega_3 + \\ + v_{CB}(\sin \varphi_3)\omega_3 + l_{CB}(\cos \varphi_3)\omega_3^2 + l_{CB}(\sin \varphi_3)\varepsilon_3 = 0; \\ -L_{AB}(\sin \varphi_1)\omega_1^2 + L_{AB}(\cos \varphi_1)\varepsilon_1 - a_{CB} \sin \varphi_3 - v_{CB}(\cos \varphi_3)\omega_3 - \\ - v_{CB}(\cos \varphi_3)\omega_3 - l_{CB}(\sin \varphi_3)\omega_3^2 - l_{CB}(\cos \varphi_3)\varepsilon_3 = 0, \end{cases} \quad (38)$$

где a_{CB} – ускорение поршня относительно цилиндра.

Системы (37) и (38) линейны относительно скоростей v_{CB} , ω_3 и ускорений a_{CB} , ε_3 . Поэтому они легко решаются, например, с использованием метода Крамера.

На этом вывод расчётных формул закончен.

3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Полученные результаты вывода расчётных формул являются основой разработки компьютерной программы решения обратной задачи кинематического анализа манипулятора. Программу рекомендуется разрабатывать в следующей последовательности.

Описать массивы:

- перемещений, скоростей и ускорений схвата $s(k)$, $v(k)$, $a(k)$;
- координат схвата $x_E(k)$, $y_E(k)$;
- проекций скоростей и ускорений схвата $v_{Ex}(k)$, $v_{Ey}(k)$, $a_{Ex}(k)$, $a_{Ey}(k)$;
- кинематических параметров «скелетной» части манипулятора $\varphi_1(k)$, $\varphi_2(k)$, $\omega_1(k)$, $\omega_2(k)$, $\varepsilon_1(k)$, $\varepsilon_2(k)$;
- обобщенных координат, скоростей и ускорений $\varphi_{21}(k)$, $l_{CB}(k)$; $\omega_{21}(k)$, $v_{CB}(k)$; $\varepsilon_{21}(k)$, $a_{CB}(k)$.

Вычислить:

- ◆ путь схвата s_{max} – формула (19);
- ◆ безразмерное перемещение f_{max} – подстановкой $k = 1$ в последнюю формулу блока (13);
- ◆ время цикла t_{max} – формула (18);
- ◆ угол наклона траектории схвата β – блок формул (20).

Организовать в программе цикл, в котором для k от 0 до 1 с шагом 0,05 вычислить элементы описанных массивов. Для этого:

– обращением к подпрограмме «кинематика схвата» определить:

- * f'' , f' , f – формулы (11), (12), (13);
- * a , v , s – формулы (15), (16), (17);
- * x_E , y_E – формулы (21);
- * v_{Ex} , v_{Ey} , a_{Ex} , a_{Ey} – формулы (22).

– обращением к подпрограмме «кинематика скелетной части» вычислить:

- ◇ φ_1 и φ_2 – система (24) (подпрограмма определения угла по синусу и косинусу на языке Бейсик приведена в приложении В);
- ◇ ω_1 , ω_2 и ε_1 , ε_2 – системы (28) и (29) (подпрограмма решения системы по методу Крамера на языке Бейсик приведена в приложении Г);

– обращением к подпрограмме «кинематика приводов» определить:

- φ_{21} , ω_{21} , ε_{21} – формулы (30), (31), (32), соответственно;
- l_{CB} – формула (35);
- φ_3 – формулы (36);

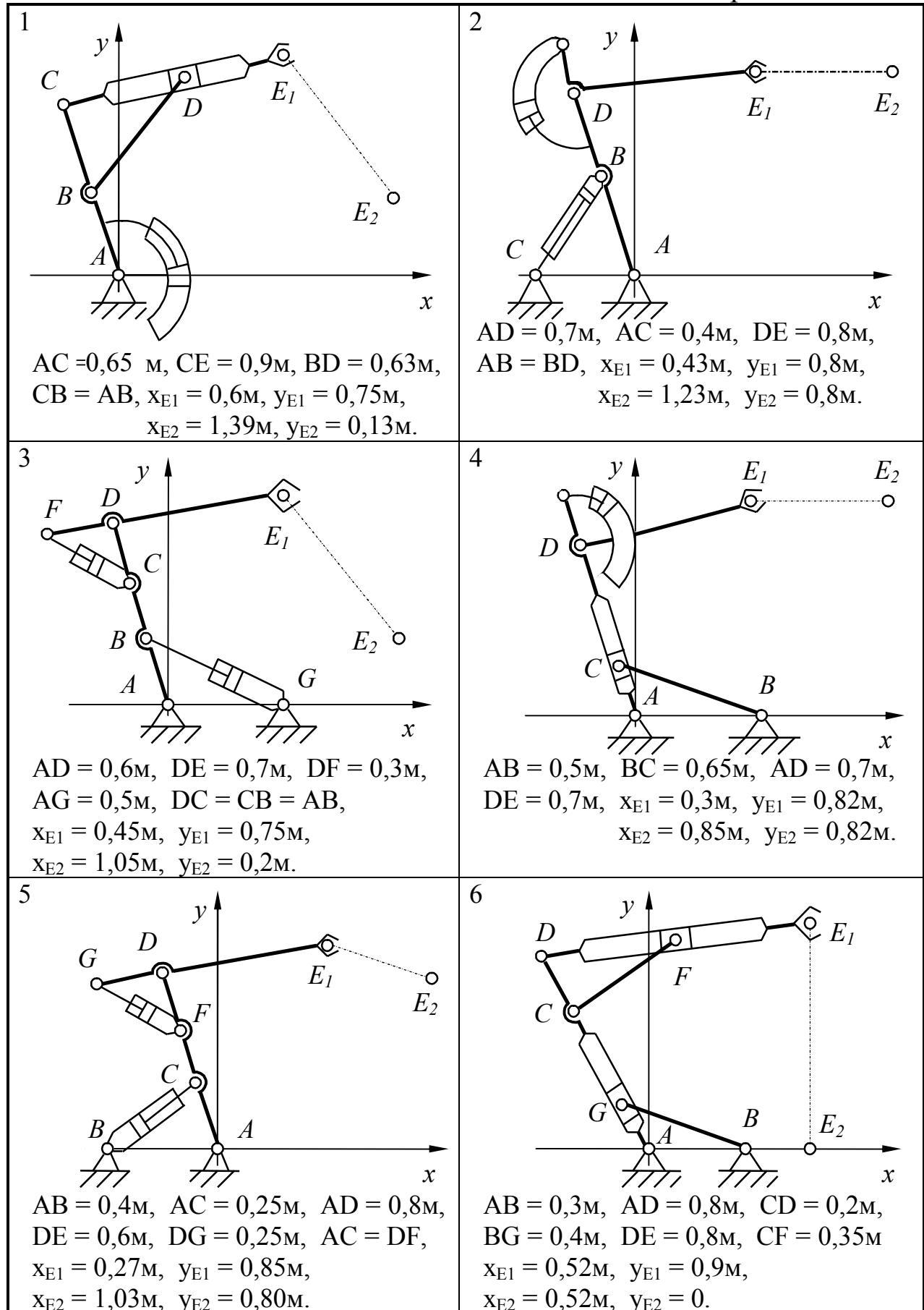
- $v_{CB}, \omega_3, a_{CB}, \varepsilon_3$ – системы (37) и (38).

Результаты всех расчетов распечатать. Обобщенные координаты, а также обобщенные скорости и ускорения представить в виде графиков.

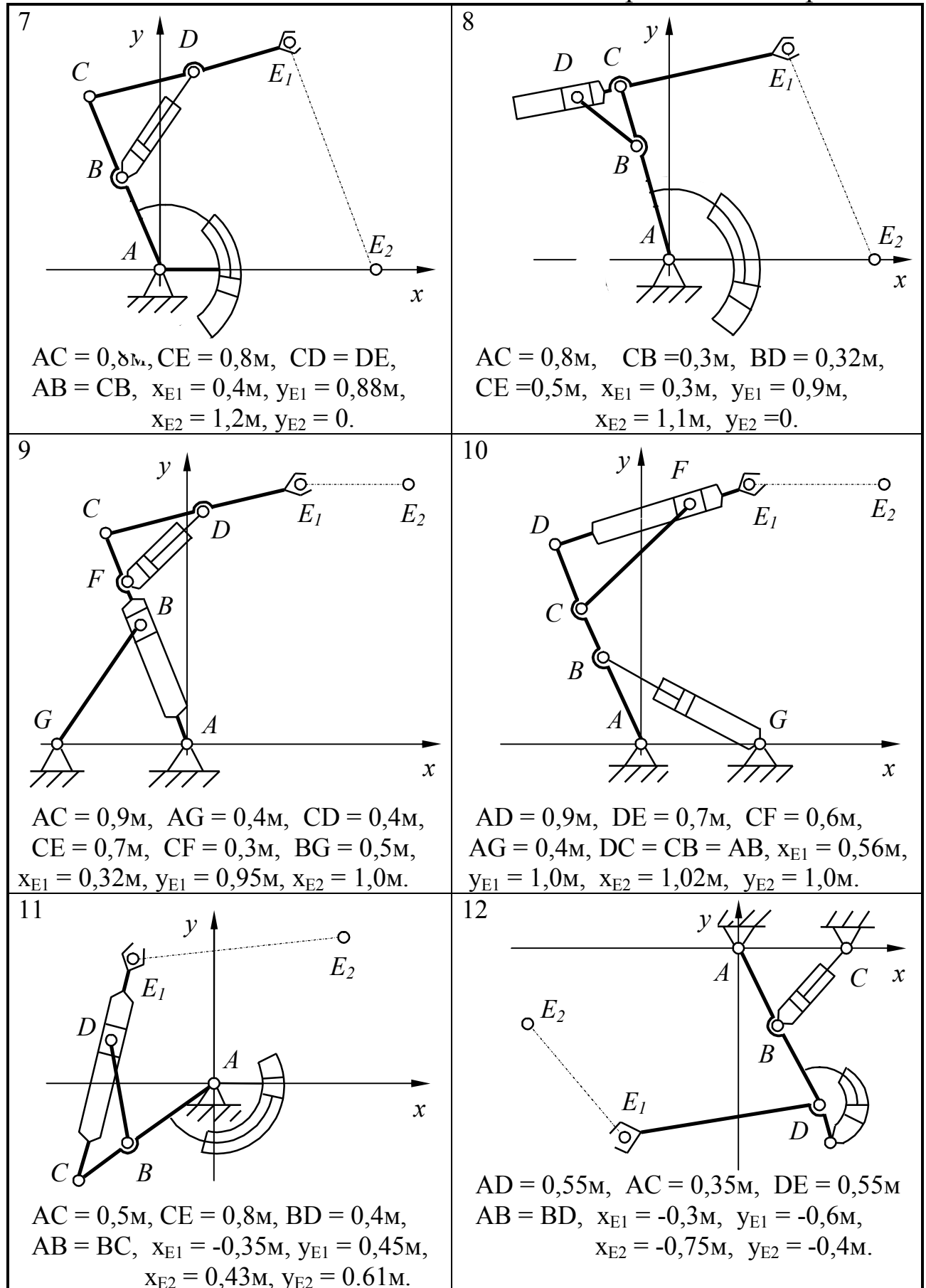
4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юревич Е. И. Основы робототехники: учеб. пособие для вузов. – Изд. 2-е, перераб. – СПб: БХВ–Петербург, 2005. – 320 с.

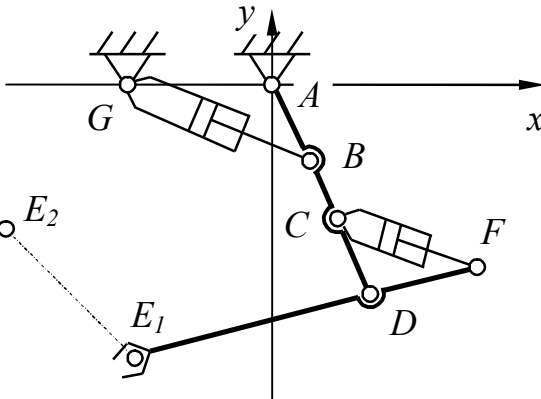
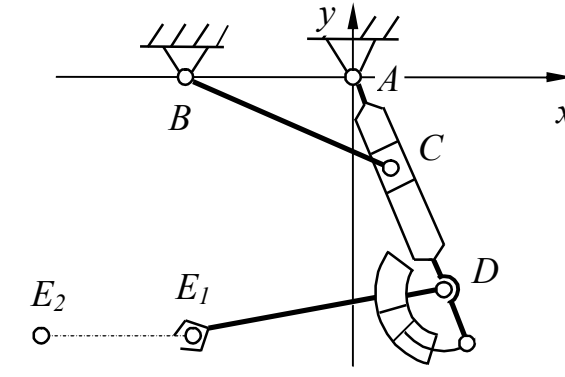
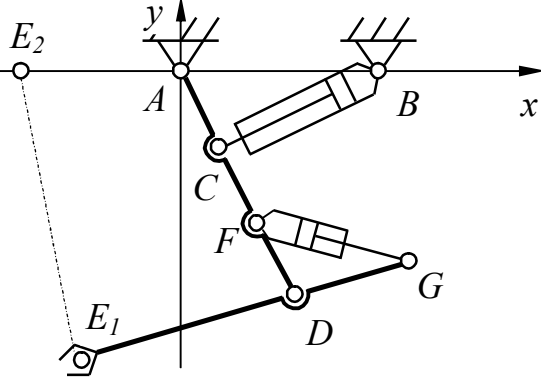
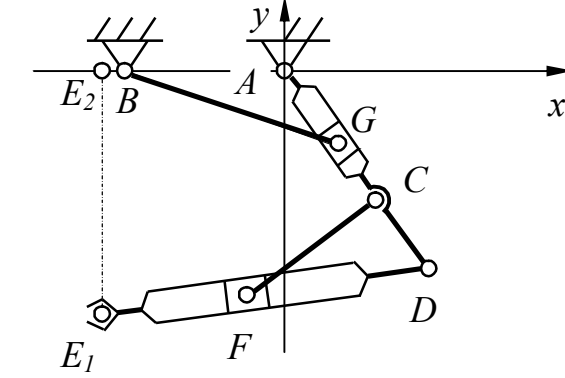
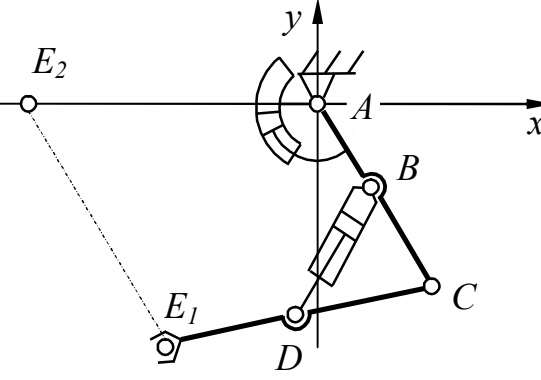
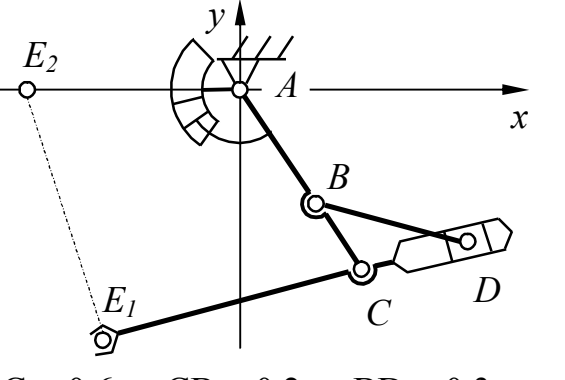
2. Курышкин Н. П. Основы робототехники: учеб. пособие [Электронный ресурс]: для студентов очной формы обучения специальности 220301 «Автоматизация технологических процессов и производств (в машиностроении)» / Н. П. Курышкин. – Электрон. дан. – Кемерово: КузГТУ, 2011. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM); Зв.; цв.; 12 см. – Систем. требования: Pentium IV; ОЗУ 8 Мб; Windows 95; (CD-ROM-дисковод); мышь. – Загл. с экрана.



Продолжение прил. А

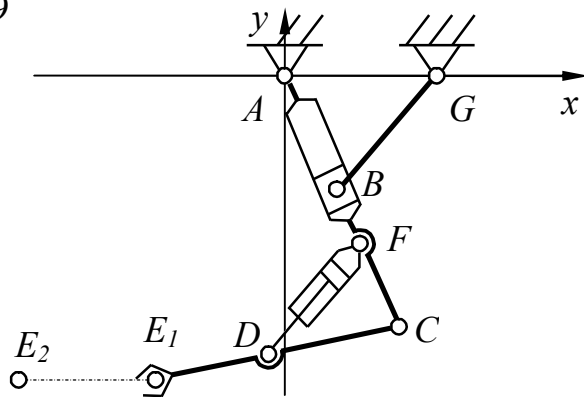


Продолжение прил. А

<p>13</p>  <p> $AD = 0,55\text{M}$, $DE = 0,5\text{M}$, $DF = 0,25\text{M}$, $AG = 0,35\text{M}$, $DC = CB = AB$, $x_{E1} = -0,32\text{M}$, $y_{E1} = -0,6\text{M}$, $x_{E2} = -0,8\text{M}$, $y_{E2} = -0,25\text{M}$. </p>	<p>14</p>  <p> $AB = 0,4\text{M}$, $BC = 0,5\text{M}$, $AD = 0,6\text{M}$, $DE = 0,55\text{M}$, $x_{E1} = -0,26\text{M}$, $y_{E1} = -0,65\text{M}$, $x_{E1} = -0,7\text{M}$, $y_{E2} = y_{E1}$. </p>
<p>15</p>  <p> $AB = 0,4\text{M}$, $AC = 0,2\text{M}$, $AD = 0,6\text{M}$, $DE = 0,5\text{M}$, $DG = 0,2\text{M}$, $AC = DF$, $x_{E1} = -0,27\text{M}$, $y_{E1} = -0,62\text{M}$, $x_{E2} = -0,5\text{M}$, $y_{E2} = 0$. </p>	<p>16</p>  <p> $AB = 0,4\text{M}$, $AD = 0,66\text{M}$, $CD = 0,15\text{M}$, $BG = 0,38\text{M}$, $DE = 0,66\text{M}$, $CF = 0,33\text{M}$, $x_{E1} = -0,35\text{M}$, $y_{E1} = -0,66\text{M}$, $x_{E2} = -0,35\text{M}$, $y_{E2} = 0$. </p>
<p>17</p>  <p> $AC = 0,6\text{M}$, $CE = 0,6\text{M}$, $CD = DE$, $AB = BC$, $x_{E1} = -0,35\text{M}$, $y_{E1} = -0,73\text{M}$, $x_{E2} = -0,8\text{M}$, $y_{E2} = 0$. </p>	<p>18</p>  <p> $AC = 0,6\text{M}$, $CB = 0,2\text{M}$, $BD = 0,3\text{M}$, $CE = 0,5\text{M}$, $x_{E1} = -0,3\text{M}$, $y_{E1} = -0,7\text{M}$, $x_{E2} = -0,7\text{M}$, $y_{E2} = 0$. </p>

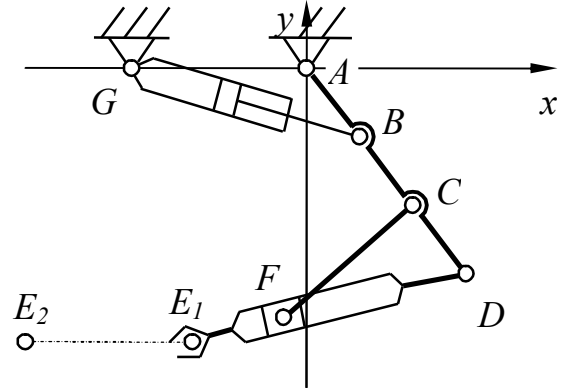
Продолжение прил. А

19



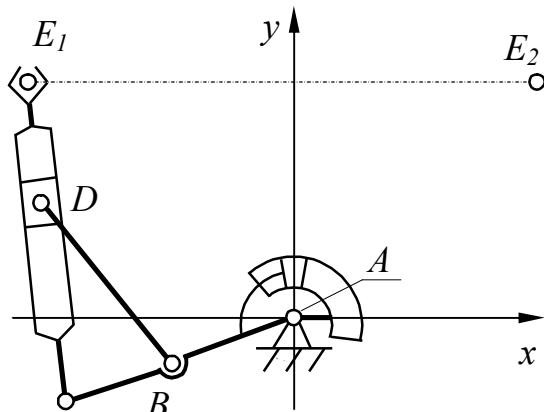
$AC = 0,65M$, $AG = 0,32M$, $CD = 0,25M$,
 $CE = 0,5M$, $CF = 0,2M$, $BG = 0,4M$,
 $x_{E1} = -0,3M$, $y_{E1} = -0,68M$,
 $x_{E2} = -0,72M$, $y_{E2} = -0,68M$.

20



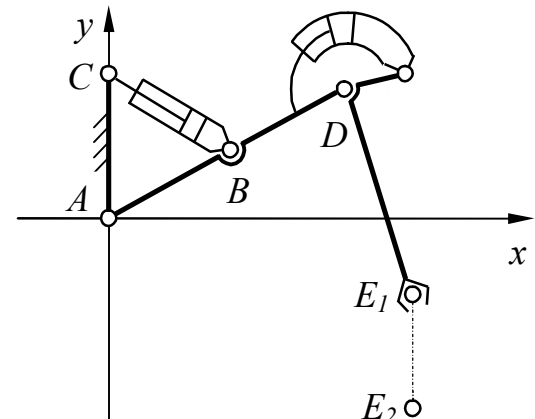
$AD = 0,6M$, $DE = 0,5M$, $CF = 0,4M$,
 $AG = 0,32M$, $DC = CB = AB$,
 $x_{E1} = -0,27M$, $y_{E1} = -0,7M$,
 $x_{E2} = -0,75M$, $y_{E2} = -0,7M$.

21



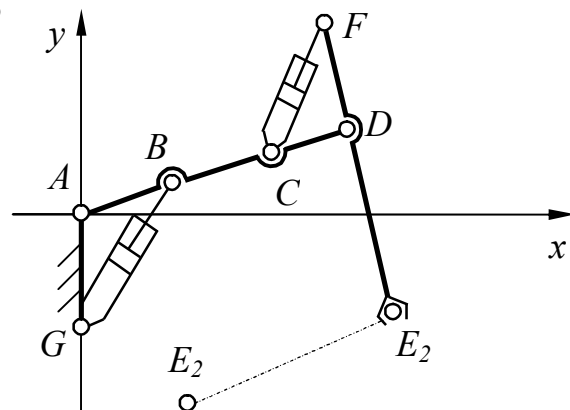
$AC = C 8M$, $CE = 0,78M$, $BD = 0,5M$,
 $CB = AB$, $x_{E1} = -0,52M$, $y_{E1} = 0,6M$,
 $x_{E2} = 0,52M$, $y_{E2} = 0,6M$.

22



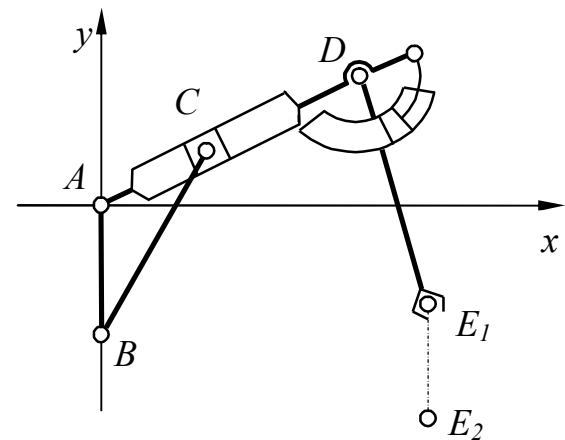
$AD = 0,52M$, $AC = 0,35M$, $DE = 0,52M$,
 $AB = BD$, $x_{E1} = 0,6M$, $y_{E1} = -0,3M$,
 $x_{E2} = 0,6M$, $y_{E2} = -0,8M$.

23



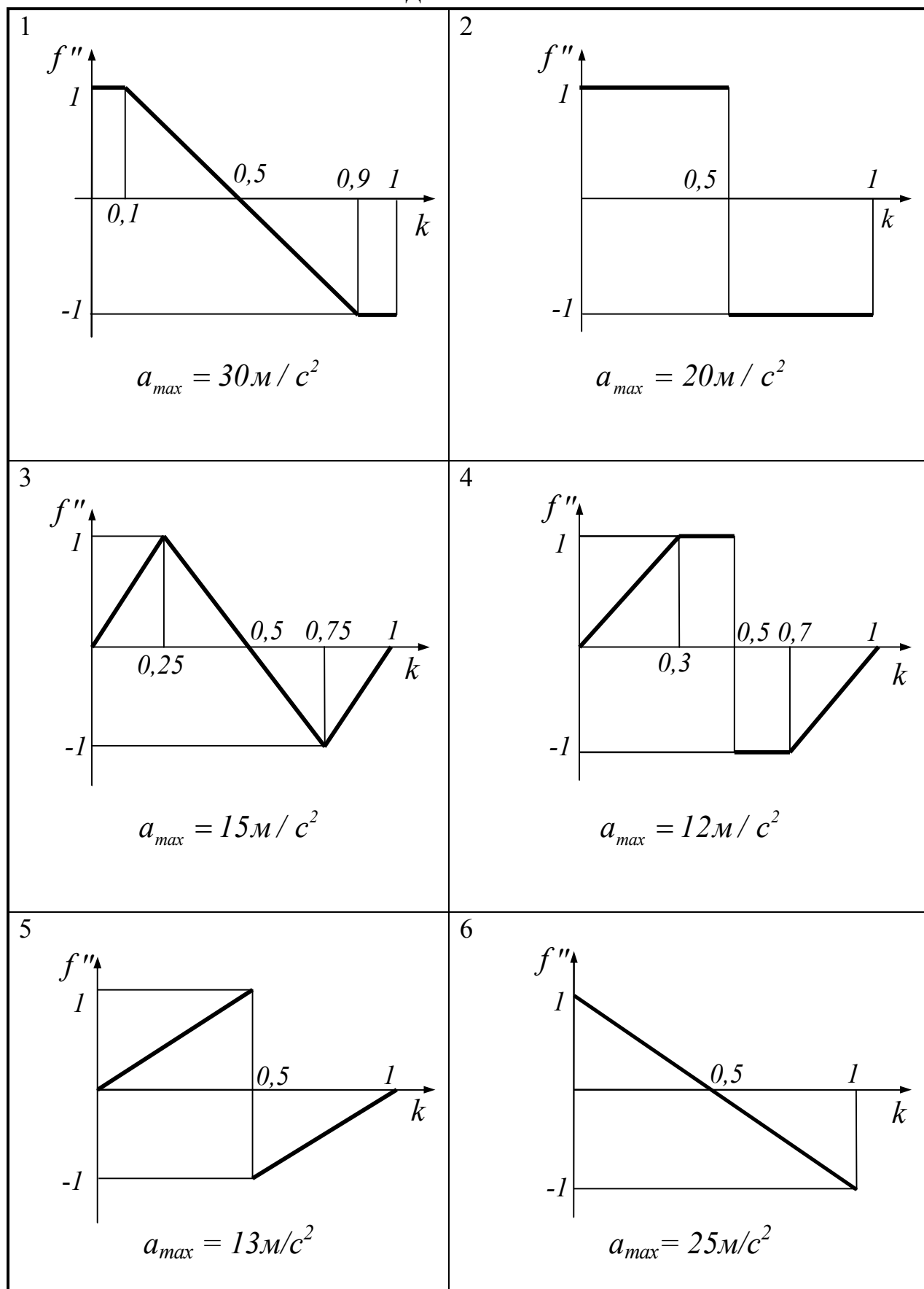
$AD = 0,55M$, $DE = 0,5M$, $DF = 0,23M$,
 $AG = 0,33M$, $DC = CB = AB$,
 $x_{E1} = 0,6M$, $y_{E1} = 0,34M$,
 $x_{E2} = -0,34M$, $y_{E2} = -0,74M$.

24



$AB = 0,4M$, $BC = 0,5M$, $AD = 0,57M$,
 $DE = 0,52M$, $x_{E1} = 0,68M$, $y_{E1} = -0,25M$,
 $x_{E2} = 0,68M$, $y_{E2} = -0,74M$.

Закон движения схвата



Приложение В

Вычисление угла по его синусу и косинусу

По значениям синуса и косинуса угла подпрограмма вычисляет его тангенс. Далее с помощью функции ATN (арктангенс) вычисляется угол. Машинный арктангенс дает правильное значение угла только для первой и четвертой четверти тригонометрического круга. Для других четвертей значения машинного арктангенса корректируются на π радиан. Корректировка делается так, чтобы выводимый угол оказался в диапазоне от $-\pi$ до $+\pi$, т. е. при $\varphi > \pi$ угол становился бы отрицательным.

Во избежание деления на ноль, в самом начале программы проверяется значение косинуса. Если он равен нулю, то углу присваивается значение, зависящее от знака синуса.

Подпрограмма расчета угла по его синусу и косинусу на языке Бейсик представлена ниже.

```

500 IF CS = 0 AND SN > 0 THEN ANG = PI / 2 : GO TO 512
    IF CS = 0 AND SN < 0 THEN ANG = - PI / 2 : GO TO 512
    X = SN / CS
    IF CS > 0 THEN ANG = ATN X
    IF CS < 0 AND SN >= 0 THEN ANG = PI + ATN X
    IF CS < 0 AND SN < 0 THEN ANG = - PI + ATN X
512 RETURN

```

Решение системы двух линейных уравнений по методу Крамера.

Система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases}$$

имеет корни: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$,

где $\Delta, \Delta_x, \Delta_y$ – определители системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = a \cdot b_1 - a_1 \cdot b;$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = c \cdot b_1 - c_1 \cdot b; \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} = a \cdot c_1 - a_1 \cdot c.$$

Подпрограмма решения системы на языке Бейсик представлена ниже.

```

1000 D = A * B1 - A1 * B
      DX = C * B1 - C1 * B
      DY = A * C1 - A1 * C
      X = DX / D
      Y = DY / D
      RETURN

```

Составители

Николай Петрович Курышкин
Владимир Николаевич Ермак

**КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРОВ
(ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА)**

Методические указания к лабораторной работе по дисциплине «Основы робототехники» для студентов направлений подготовки 220700.62 «Автоматизация технологических процессов и производств», профиль 220701.62 «Автоматизация технологических процессов и производств (в машиностроении)»; 151900.62 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», профиль 151901.62 «Технология машиностроения»; 150700.62 «Машиностроение», профиль 150704.62 «Оборудование и технология сварочного производства»

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 29.06.2012. Формат 60×84/16.
Бумага офсетная. Отпечатано на ризографе.
Уч.-изд. л. 1,0. Тираж 86 экз. Заказ
КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28.
Типография КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А.