

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
**«КУЗБАССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Т. Ф. ГОРБАЧЕВА»**
филиал КузГТУ в г. Прокопьевске

Кафедра информационных технологий,
машиностроения и автотранспорта

**СБОРНИК ЗАДАЧ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ
ПРАКТИЧЕСКИХ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
ПО МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЮ ОБУЧАЮЩИХСЯ СПО**

Для обучающихся специальностей: 23.02.03 «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта», 21.02.15 «Открытые горные работы», 13.02.11 «Техническая эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям)», 21.02.17 «Подземная разработка месторождений полезных ископаемых».

**Составитель: Д. А. Лубяной,
А. А. Аветисян**

Рассмотрены и утверждены
на заседании кафедры
Протокол № 11 от 29.06.2018 г.

Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
Протокол № 1 от 28.08.2018 г.

Электронный ресурс находится
в библиотеке филиала КузГТУ
в г. Прокопьевске

Прокопьевск 2018

Рецензент:

Малышкин Д. А. - кандидат технических наук,
доцент кафедры информационных технологий,
машиностроения и автотранспорта.

Оглавление

ОПТИМИЗАЦИЯ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ЧУГУНА МЕТОДОМ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА.....	4
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....	15
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	16

ОПТИМИЗАЦИЯ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ЧУГУНА МЕТОДОМ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

Цель работы- освоить приемы построения однофакторных и многофакторных регрессионных моделей и оценки их качества.

Основные теоретические сведения

Моделирование- способ изучения процессов, явлений, объектов на специально создаваемых моделях.

Модель- условный образ объекта, отображающий наиболее существенные его признаки. Модель может быть представлена в виде изображения, описания, схемы, графика (изобразительные модели), устройства (физическая модель), уравнения или системы уравнений (математическая модель).

Любой технологический процесс характеризуется определенным числом факторов или входных параметров (температура, время, среда и т.п.), которые в различной мере влияют на выходные параметры (свойства материала). Целью исследования часто является установление количественной зависимости выходного параметра от одного или нескольких входных факторов, причем значения и входных, и выходных параметров колеблются под влиянием различных не поддающихся учету факторов, т.е. являются случайными величинами.

Если взаимосвязь между двумя переменными величинами выражается некоторой функцией $Y = f(X)$, то такую зависимость называют *функциональной*, т.е. каждому значению независимой переменной X отвечает одно или несколько вполне определенных значений зависимой переменной Y .

При изучении связь между случайными величинами наблюдается ясная картина. Одному значению переменной X может соответствовать некоторая совокупность значений Y (из-за влияния побочных факторов, действующих в разных направлениях). В этом случае связь между X и Y приобретает статистический характер и называется *корреляционной*. Корреляционная зависимость является промежуточной между функциональной зависимостью и полным отсутствием зависимости между переменными, Это вызвано действием двух составляющих: *стохастической*- объективно действующими связями между переменными (например, с увеличением температуры отпуска твердость

закаленной стали снижается); *случайной*- влияние множества неучтенных посторонних факторов.

Если между независимой (входной) величиной X и зависимой (выходной) величиной Y имеется корреляционная связь, то ее можно исследовать и оценить методами *регрессионного анализа*. Наиболее распространенной (в силу ее простоты) зависимостью между величинами X и Y является линейная.

Предположим, что при каждом значении входного параметра X измеряли несколько значений выходного параметра Y . Тогда необходимо сначала выяснить, есть ли вообще корреляционная связь между величинами X и Y . Для этого вычисляют *выборочный коэффициент корреляции* r . Он позволяет оценить закономерную (стохастическую) долю колебаний y_i (i -го значения выходного параметра) относительно среднего $\bar{y}$ под влиянием x_i (i -го значения входного параметра) и рассчитывается по формуле:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_x s_y}, \quad (1)$$

где n - объем выборки; s_x и s_y - выборочные среднеквадратичные отклонения:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$
$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

Значения коэффициента парной корреляции удовлетворяют неравенству $-1 \leq r \leq 1$. Если $r < 0$, то увеличение x вызывает уменьшение y , если $r > 0$, то наоборот. Если $r = 1$, то связь является функциональной и линейной. Если $r = 0$, то связь отсутствует или является нелинейной.

Проверить взаимосвязь между двумя величинами можно с помощью справочных данных. Для этого необходимо выбрать требуемый уровень значимости и рассчитать число степеней свободы f по формуле:

$$f = n - 2,$$

где n - объем выборки.

Если подсчитанный по формуле (1) коэффициент корреляции, взятый по абсолютному значению, превышает соответствующий числу степеней свободы, то величины X и Y зависимы.

Доверительные границы для выборочного коэффициента корреляции (уровень значимости $p = 0,05$) приведены ниже:

f	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Доверительные границы.....	0,997	0,950	0,878	0,811	0,754	0,707	0,666	0,632	0,602	0,576
f	11	12	13	14	15	26	27	28	19	20
Доверительные границы.....	0,553	0,532	0,514	0,497	0,482	0,468	0,456	0,444	0,433	0,423
f	25	30	35	40	50	60	70	80	90	100
Доверительные границы.....	0,381	0,349	0,325	0,304	0,237	0,250	0,232	0,217	0,205	0,195

Построение однофакторных регрессионных моделей. Конечной целью всякого исследования является описание взаимосвязи между переменными X и Y , т.е. построение модели. Изначально применяют модели вида:

$$y = b_0 + b_1x,$$

где b_0, b_1 - числовые коэффициенты.

Коэффициенты уравнения регрессии находятся из условия, что расстояние по вертикали между опытными точками с координатами (x_i, y_i) и точками, лежащими на линии регрессии, минимально. Это условие можно записать в виде:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - (b_0 + b_1x_i)]^2 = \min. \quad (2)$$

Этот метод нахождения коэффициентов уравнения регрессии называют *методом наименьших квадратов*.

Чтобы найти коэффициенты b_0, b_1 , надо взять производные уравнения (2) по b_0, b_1 приравнять их нулю, т.е.:

$$2 \sum_{i=1}^n [y_i - (b_0 + b_1x_i)] = 0,$$

$$2 \sum_{i=1}^n [y_i - (b_0 + b_1x_i)]x_i = 0,$$

$$b_0n + b_1\sum x_i = \sum y_i,$$

$$b_0\sum x_i + b_1\sum x_i^2 = \sum x_iy_i.$$

Так как

$$\sum x_i / n = \bar{x},$$

$$\sum y_i / n = \bar{y},$$

то

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x},$$

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}.$$

Модели могут также быть нелинейными, например:

- логарифмическая:

$$y = b_0 + b_1 \ln x;$$

- полиномиальная:

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_n x^n;$$

- степенная:

$$y = b_0 x^{b_1};$$

- экспоненциальная:

$$y = b_0 e^{b_1 x}.$$

Для выбора вида модели необходимо нанести на координатную плоскость экспериментальные точки. По их расположению можно определить примерный вид зависимости.

Модель считается адекватной (качественной), если расхождение между расчетными и экспериментальными значениями невелико. Это расхождение можно оценить с помощью коэффициента множественной корреляции:

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2},$$

где y_i - экспериментальное значение выходного параметра; $\hat{y}_i$ - расчетное значение выходного параметра; $\bar{y}$ - среднее арифметическое значение.

Значения коэффициента множественной корреляции удовлетворяют неравенству $0 \leq R^2 \leq 1$. Если модель качественная, то $R^2 > 0,95$.

Проверка на адекватность по R^2 обычно дополняется анализом остатков (разности между экспериментальным и рассчитанным значениями переменной y):

$$\Delta_i = y_i - \hat{y}_i.$$

Остатки должны быть малыми. Их дисперсия не должна превышать дисперсию опыта:

$$s_{\text{ост}}^2 \leq s_{\text{оп}}^2.$$

Доверительный интервал, в котором находятся остатки, не должен превышать доверительный интервал опыта:

$$\delta_{\text{ост}} \leq \delta_{\text{оп}}.$$

Влияние химического состава на структуру и термостойкость отливок из чугуна. Серые термостойкие чугуны применяют для изготовления изложниц и поддонов для разлива стали. Поддоны выходят из строя в результате разрушения (размыва) струей жидкого металла (рис. 1).



Рисунок 1. Лунка в термостойком поддоне

Основные структурные составляющие серых чугунов: пластинчатый графит, феррит, перлит, цементит. Пластины графита являются концентраторами напряжений. Горячие трещины чаще всего возникают в этих пластинах, окантованных малопрочным ферритом (рис. 2, *а*). Если в чугуне мало графита, то углерод находится в связанной форме (в виде цементита). В этом случае трещины будут возникать вблизи хрупких цементитных пластин (рис. 2, *б*). Если же основу чугуна составляет перлит, то горячие трещины «вздут» в нем и не рас-

пространяются (рис. 2, в). Следовательно, химический состав термостойкого чугуна следует подбирать таким образом, чтобы в нем присутствовал мелкопластинчатый графит, а основу составлял перлит.

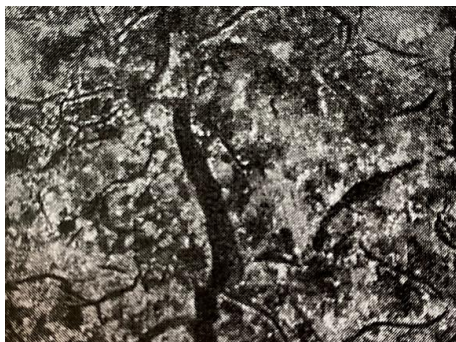
Основными легирующими элементами термостойких чугунов являются кремний, марганец, ванадий, титан, хром. Кремний является *графитизирующим* элементом (способствует выделению углерода в свободном виде). Чугуны с низкой концентрацией кремния содержат углерод в виде хрупких цементитных игол (рис. 3, а). Напротив, при слишком большой концентрации кремния графит становится крупным, а металлическая основа чугуна обедняется углеродом и превращается в феррит (рис. 3,б).



а



б



в

Рисунок 2. Зарождение горячих трещин в чугуновых отливках:
 а – трещина в графитной пластине с окантовкой феррита;
 б – трещина возникнет вблизи пластины цементита; в – трещина
 вязнет в перлитовой основе чугуна



а



б

Рисунок 3. Влияние кремния на микроструктуру чугуна:
 а – Si = 0,97%; б – Si = 1,21 %

Марганец и ванадий являются *перлитообразующими* элементами. Их совместное влияние на микроструктуру чугуна можно оценить с помощью показателя, называемого *марганцевым эквивалентом*:

$$Mn_{\text{экв}} = Mn + 3V. \quad (3)$$

При низком значении этого показателя в структуре чугуна перлита мало, преобладают феррит и крупные пластины графита (рис. 4, *а*). По этим пластинам в глубь чугунной детали проникает кислород, происходит внутренне окисление, и разрушение наступает быстрее. Если же значение марганцевого эквивалента велико, то количество перлита увеличивается, и цементит в нем присутствует в виде крупных игл (рис. 4, *б*) либо располагается по границам зерен, что неблагоприятно сказывается на прочности и термостойкости чугуна.



а



б

Рисунок 4. Влияние марганцевого эквивалента на микроструктуру чугуна:

а – $Mn_{\text{экв}} = 0,71 \%$; *б* – $Mn_{\text{экв}} = 0,78 \%$

Из вышесказанного понятно, что легирующие элементы оказывают сложное, взаимозависимое влияние на микроструктуру и термостойкость чугуна. Следовательно, для оптимизации химического состава чугуна необходимо строить *многофакторные* регрессионные модели.

Многофакторные модели применяют в случае, когда значение независимой переменной Y изменяется под действием нескольких независимых переменных (факторов) X_i .

Линейная модель имеет вид:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_pX_p.$$

Нелинейная модель имеет вид:

$$Y = b_0 + b_1\varphi_1(X_1) + b_2\varphi_2(X_2) + \dots + b_k\varphi_k(X_k).$$

Коэффициенты модели находят методом наименьших квадратов.

Главная сложность построения многофакторных моделей состоит в том, что вид модели исследователю приходится задавать на основе теоретических или каких-то иных соображений. Если модель многофакторная, ее вид нельзя определить, глядя на поле рассеяния экспериментальных точек, так как это поле многомерное. Качество модели оценивают по значению коэффициента множественной корреляции R^2 . Если $R^2 \geq 0,95$, то модель качественная.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1.Получить вариант задания (таблицу с указанием химического состава поддонов из термостойкого чугуна и их стойкостью). В программе Excel рассчитать для каждого поддона марганцевый эквивалент по формуле (3).

2.Определить содержание, каких химических элементов значимо влияет на стойкость поддонов из термостойкого чугуна. Для этого рассчитать коэффициенты парной корреляции между содержанием каждого химического элемента в чугуне (а также марганцевым эквивалентом) и стойкостью поддонов. Сравнить полученные значения с минимальным коэффициентом корреляции, определенным по справочным данным, и сделать вывод о наличии либо отсутствии корреляции междуданным химическим элементом и стойкостью поддонов.

3.Построить однофакторные регрессионные модели зависимости стойкости поддонов от каждого химического элемента, с которым стойкость коррелирует (коэффициент парной корреляции больше критического):

- нанести экспериментальные точки на координатную плоскость «химический элемент - стойкость поддонов»;

- щёлкнуть на графике правой кнопкой мыши и выбрать из открывшегося меню «Добавить линию тренда»: на вкладке «Тип» задать линейный вид уравнения, т.е. $y = b_0 + b_1x$; на вкладке «Параметры» отметить пункт «поместить на диаграмме величину достоверности аппроксимации R^2 »;

- занести в отчет полученное уравнение; оценить качество полученной модели по значению коэффициента множественной корреляции R^2 .

4. Построить многофакторную регрессионную стойкости поддонов из чугуна в зависимости от химического состава. Для этого перенести на отдельный лист в рабочей книге Excel таблицу исходных данных, где оставить лишь те химические элементы, с которыми коррелирует стойкость поддонов.

Далее в меню Excel выбрать «Сервис» - «Анализ данных» - «Регрессия». В качестве входного интервала Y задать столбец значений стойкости, а в качестве входного интервала X- столбцы значений химических элементов. Задать уровень надежности (по умолчанию: 95%). В качестве выходного интервала можно задать пустую ячейку (учесть, что вправо и вниз от неё выводятся несколько таблиц значений) или новый лист. Отметить вывод остатков. Нажать «ОК». Программа подбирает коэффициенты к уравнению регрессии по методу наименьших квадратов и выдает несколько таблиц. В первой таблице оценить значение R^2 . В третьей таблице находятся коэффициенты уравнения регрессии (Y -пересечение - это коэффициент b_0).

Если модель качественная, то добавить в таблицу значения содержания химических элементов, возведенные в квадрат, куб и т.д. По значениям подобранных программой коэффициентов можно определить, являются ли эти составляющие значимыми. Если коэффициенты малы, то эти переменные можно исключить.

Занести в отчет три уравнения многофакторных регрессионных моделей и значения R^2 для них. Сделать вывод о качестве построенных моделей.

5. Сделать выводы по работе о том, какие химические элементы влияют на стойкость чугунных поддонов и об их комплексном влиянии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое корреляция?
2. Как определить, есть ли зависимость между переменными?
3. Что показывает выборочный коэффициент корреляции?
4. Как построить однофакторную регрессионную модель?
5. Как найти коэффициенты уравнения регрессии?
6. От чего происходит разрушение поддонов для разливки стали?
7. Как влияют легирующие элементы на термостойкость серого чугуна?
8. Как построить многофакторную регрессионную модель?
9. Как оценить качество модели?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черепяхин, А. А. Материаловедение : учебник / А.А. Черепяхин. — Москва : КУРС: ИН-ФРА-М, 2017. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-102677-2. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/795706>
2. Черепяхин, А. А. Основы материаловедения : учебник / А.А. Черепяхин. — Москва : КУРС: ИНФРА-М, 2018. — 240 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-102386-0. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1010661>
3. Материаловедение : учебник / Г. Г. Сеферов, В. Т. Батиенков, Г. Г. Сеферов, А. Л. Фоменко ; под ред. В.Т. Батиенкова. — Москва : ИН-ФРА-М, 2018. — 151 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-005537-4. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1023710>
4. Моряков О.С. Материаловедение: учебник для студ. учреждений сред.проф. образования / О.С. Моряков. — 9-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2017. — 288 с.

Д. А. Лубяной
А. А. Аветисян

**СБОРНИК ЗАДАЧ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ
ПРАКТИЧЕСКИХ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
ПО МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЮ ОБУЧАЮЩИХСЯ СПО**

Для обучающихся специальностей: 23.02.03 «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта», 21.02.15 «Открытые горные работы», 13.02.11 «Техническая эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям)», 21.02.17 «Подземная разработка месторождений полезных ископаемых».

Электронный ресурс

Сверстано в филиале КузГТУ в г. Прокопьевске
653039, г. Прокопьевск, ул. Ноградская, 19а

Заказ 399.